

O USO DO TEODOLITO NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Edson Ferreira da Costa Junior¹

Luis Carlos Ferreira Bezerra²

Rodrigo Damasceno Leite³

Karly Barbosa Alvarenga⁴

RESUMO

O seguinte relato traz a experiência implementada, pelos autores, em turmas do ensino médio de uma escola pública militar, na realização de uma atividade de trigonometria com o uso do Teodolito. A proposta da atividade sugere o uso de um instrumento, para o trabalho da Trigonometria, de fácil confecção e com materiais reutilizáveis, para descobrir a altura de objetos como prédios, torres, muros, e distâncias como a largura de um rio bem extenso. A atividade pode viabilizar uma aprendizagem significativa como propõe Moreira (2010) e próxima da realidade dos alunos, no que se diz aos conteúdos de trigonometria e manipulação de instrumentos. Como subsídio teórico de nosso trabalho buscamos em Dionizio e Brandt (2011) algumas caracterizações das dificuldades em trigonometria; Em Moreira (2010) o material concreto com significação no ensino, e por fim, Rêgo M. e Rêgo G. (2006) a importância do ensino e da aprendizagem como atividade constituidora da formação cidadã. A proposta do uso do Teodolito nas aulas de trigonometria proporcionou maior participação desses alunos na aula, despertando o interesse pelo conteúdo, pois era algo que comumente não acontecia em sala de aula e este dinamismo, diferente do comum, proporcionou o interesse, como observamos.

Palavras-chave: Trigonometria; Aplicabilidade; Teodolito.

1 INTRODUÇÃO

O projeto Aprenda Matemática por meio de Materiais Lúdicos, vinculado ao Programa de Bolsas de Extensão e Cultura (PROBEC), originou-se a partir das

¹ Universidade Federal de Goiás. E-mail: edsonjrpb@gmail.com

² Universidade Federal de Goiás. E-mail: carlosluisferreira110@gmail.com

³ Universidade Federal de Goiás. E-mail: rodrigoxleite8@gmail.com

⁴ Universidade Federal de Goiás. E-mail: karlyalvarenga@gmail.com

inquietações para utilizar os materiais disponíveis no Laboratório de Educação Matemática (LEMAT), e reproduzi-los com a utilização de materiais reutilizáveis.

Os integrantes do projeto possuem o intuito de desenvolver atividades ligadas ao ensino de matemática para uma construção do conhecimento de forma significativa. Inicialmente realizamos o levantamento de materiais disponíveis em nosso Laboratório de Educação Matemática (LEMAT).

Devido às dificuldades encontradas no ensino regular para aprender determinados conteúdos, como ocorre com a trigonometria, buscamos entender e amenizar essas dificuldades com a realização de oficinas com o uso desses materiais, pois sabemos que com a Trigonometria podemos calcular distâncias, alturas e ângulos. Assim, com base na solicitação de um grupo de professoras da escola pelo conteúdo de Trigonometria, decidimos por estudar e desenvolver estes conceitos por meio do material Teodolito.

O Teodolito é um instrumento usado para medição, geralmente na engenharia civil e topografia, para coletar medidas de ângulos horizontais e verticais, para medir o tamanho de terrenos, e na construção de estradas. Os primeiros Teodolitos (fig. 1) eram de forma rudimentar, onde só se conseguia coletar os dados com o material, além de que não trazia dados com muita precisão, eram aproximados. Mas ao decorrer dos anos sofreu modificações, como traz Zilkha (2014), ao longo dos anos sofreu transformações que o tornaram mais preciso em suas medições. Na década de 70 surgiram os teodolitos eletrônicos (fig. 2) que revolucionou toda a topografia. A triangulação usada no Teodolito inspirou o GPS, que aplica através de diferentes princípios. Hoje possuímos modelos eletrônicos que realizam todos os cálculos necessários, com maior exatidão.

Figura 1 - Teodolito do século XIX



Fonte: www.mast.br

Figura 2 - Teodolito eletrônico



Fonte: www.mast.br

Construímos o nosso próprio Teodolito com a utilização de materiais reutilizáveis, como: papelão e bandejas de isopor. Após a construção do material, colocamos em pauta nas reuniões semanais toda a criatividade para desenvolvermos as atividades, este momento era dedicado para realizamos discussões e o refinamento das ideias principais e para a utilização do recurso didático exploratório.

Em primeiro momento, realizamos a oficina com os integrantes do projeto, com o intuito de reelaborar e replanejar as atividades, além de detectarmos quais os subsídios e falhas do material durante a sua utilização. Observamos que o material por si não é muito preciso, mas traz uma boa aproximação para o cálculo de alturas e distâncias, com o uso da trigonometria. Entretanto, é um ótimo recurso para a aplicação do conteúdo de trigonometria, trazendo a sua utilidade no dia a dia dos estudantes, pois possibilita colocamos em prática a utilização dos conceitos trigonométricos.

Ressaltando a grande importância do conhecimento matemático na formação do indivíduo, enquanto cidadão, programamos algumas atividades para o ensino desse conteúdo. Acreditamos que elas são motivadoras para a participação e aprendizagem do estudante.

As atividades foram realizadas no 2º e 3º anos do ensino médio em uma escola pública de Goiânia e foram divididas em etapas:

1. Contextualizamos historicamente a Trigonometria.
2. Tratamos do reconhecimento e exploração do material: do que trata? Para que serve? O que tem nele? Como foi feito? Com o que parece? Para que serve?
3. Formalizamos os contextos, as situações-problema: abordamos situações onde os estudantes utilizam dentro da sala de aula o Teodolito para o cálculo das alturas e distâncias de objetos que compõe o espaço da sala de aula.
4. Propomos que eles medissem a altura da caixa d'água da escola, utilizando o Teodolito e uma tabela trigonométrica.
5. Retornamos à sala e socializamos os valores encontrados e discutimos juntos sobre a atividade e o sentido do conteúdo trigonométrico.
6. Aplicamos um instrumento avaliativo da atividade.

Assim temos então por objetivo principal, apresentar o conteúdo de Trigonometria de forma lúdica e significativa como propõe Moreira (2010), o aprendiz faz uso dos significados que já aprendeu, para captar as acepções dos materiais, de

maneira que possa reorganizar o seu conhecimento. Queremos assim, significar o ensino da Trigonometria através da oficina com o uso do material.

Destacamos que manipulação do material concreto aliado com a Teoria de Ausubel como propõe Moreira (2010), permite sistematizar e formalizar os conteúdos a serem compreendidos com a sua manipulação, trazendo significado ao estudante.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para referenciar o nosso trabalho buscamos em Dionizio e Brandt (2011) para o que diz a respeito das dificuldades em trigonometria; Em Moreira (2010) o material concreto com significação no ensino, e por fim, Rêgo M. e Rêgo G. (2006) o ensino e a aprendizagem como atividade constituidora da formação cidadã.

Temos hoje um julgamento, por parte de estudantes e até professores, sobre o conteúdo de Trigonometria como algo difícil, sem aplicabilidade, como constatamos durante a realização das oficinas. Assim almejamos dar um sentido ao conteúdo, onde os estudantes percebam a trigonometria ao seu redor e atribuam importância ao conteúdo, pois este conceito não surgiu sem motivo.

Há algum tempo o ensino de trigonometria está presente em nossas escolas de ensino regular. O que se discute nos dias atuais é sobre a forma com que se é ensinado e aprendido a trigonometria no ambiente escolar. Como apontam os autores Dionizio e Brandt (2011), que as dificuldades são advindas da forma que se dá o ensino, assim se torna necessário a mudança na prática docente, pois este é muito abstrato, como apresentado nos livros didáticos.

Sabemos que com a trigonometria podemos calcular medidas de ângulos, distâncias entre pontos na superfície terrestre. Mesmo sendo um conteúdo de extrema importância existe essa dificuldade na aprendizagem, como causa disso, podemos também indicar que seja a maneira como o conteúdo é exposto para os alunos. Assim como meio de tentar sanar essas dificuldades, buscamos significar o ensino como fator motivador para os estudantes.

Na busca por nossos referenciais, nos fundamentamos em Moreira (2010) por estar bem próximo do que acreditamos, pois buscamos significar o ensino com o uso de materiais concretos. Destacando assim a sua importância, como aponta o autor, sobre a reestruturação do conhecimento e significação com o uso do material potencialmente significativo:

Na aprendizagem significativa, o aprendiz não é um receptor passivo. Longe disso. Ele deve fazer uso dos significados que já internalizou, de maneira substantiva e não arbitrária, para poder captar os significados dos materiais educativos. Nesse processo, ao mesmo tempo que está progressivamente diferenciando sua estrutura cognitiva, está também fazendo a reconciliação integradora de modo a identificar semelhanças e diferenças e reorganizar seu conhecimento. Quer dizer, o aprendiz constrói seu conhecimento, produz seu conhecimento. (MOREIRA, 2010, p.5)

Portanto, o indivíduo que está em processo de aprendizagem utilizará como suporte os seus conhecimentos anteriores, a medida que aprende algo novo, ele começa a reestruturar o seu conhecimento. Temos uma aprendizagem oposta a mecanização, com intuito de dar sentido ao que se estuda. Dessa forma, buscamos com esse sentido uma melhor formação enquanto cidadão, desenvolvendo o seu raciocínio e o seu senso crítico.

Priorizando a qualidade do ensino, como afirma Rêgo M. e Rêgo G. (2006), assim se faz necessário o uso de metodologia que mantém o aluno como centro do processo de ensino, que reconheça e identifique os seus conhecimentos prévios como ponto de partida e o prepare como cidadão. Para os autores o recurso didático deve permitir reflexão, desenvolvendo o seu raciocínio.

O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos. (RÊGO M.; RÊGO G., 2006, p.61).

Buscamos assim, uma aprendizagem no qual o aluno seja o centro do processo e internalize, estimulando a agregar ao seu raciocínio, a organização de informações, utilizando do novo para reestruturar o seu conhecimento, que ele possa internalizar com base em sua experiência pessoal, desenvolvendo o interesse pela matemática, e por fim, desenvolver a autonomia.

3 DESENVOLVIMENTO

A escolha da escola se deu por estar nas proximidades da universidade, onde os professores de matemática se apresentaram super dispostos por realizar esse tipo de trabalho em sala de aula, pois não era algo que ocorria normalmente nesse ambiente escolar. A direção da escola solicitou realizássemos treze oficinas de Trigonometria, nos 2º e 3º anos do ensino médio. Dessa forma, escolhemos utilizar o Teodolito, por ser um material de baixo custo, além de que ele atenderia essa demanda.

Para a realização da oficina, os integrantes do projeto realizaram a confecção do material, este feito a partir de sucatas, porque são materiais de fácil acesso, assim tornando excelente pelo custo benefício. Além disso, é uma maneira de ajudar a nossa tão sofrida natureza, não descartando tais materiais no lixo, que refletirá em mais uma agressão a ela, dentre tantas. Utilizamos para a construção do Teodolito: Isopor de bandejas utilizadas pelo supermercado, por exemplo, barbante, canudo, brita (pedra), fita crepe e uma imagem impressa de transferidor. Para realizar a atividade foi necessário apenas o Teodolito construído, fita métrica, tabela trigonométrica, calculadora, papel e caneta.

Após a confecção e elaboração do plano de atividades, para que pudéssemos explorar ao máximo o uso do material em sala de aula, utilizando do mesmo para a compreensão da necessidade do ensino de Trigonometria, fizemos uma pequena oficina para os 7 participantes do projeto. Estávamos assim preparados para o trabalho com as turmas do ensino médio. Durante o planejamento decidimos por realizar a atividade em grupos de no máximo quatro pessoas, para estimular a participação e colaboração de todos os alunos, evitando a sobrecarga de apenas um membro do grupo.

Durante a oficina, optamos por realizar inicialmente questionamentos dirigidos aos alunos, sobre como seria possível encontrar a altura da torre Eiffel, como poderíamos medir a largura do rio Araguaia e para objetos não tão extensos, como a altura da parede da sala de aula. Assim abrimos espaço para a participação dos estudantes, no quais deram sugestões de utilizar uma fita métrica ou uma corda, entretanto para medir a altura da torre Eiffel estes objetos seriam insatisfatórios.

Como forma de induzir ao conceito necessário para o trabalho da atividade, era exposto aos alunos um exemplo básico, histórico e real, onde teríamos um observador tentando descobrir a altura de um altar, pois era comum a centenas de anos atrás a glorificação aos deuses.

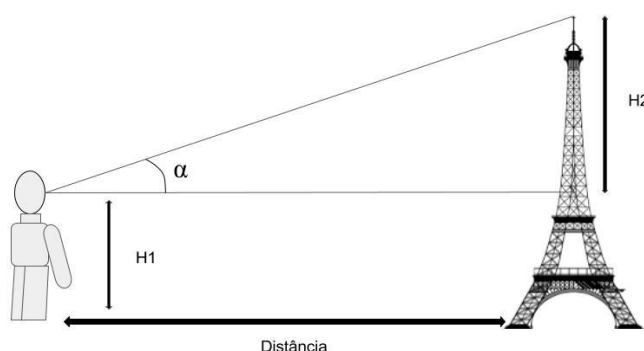
Dessa forma, entregamos o Teodolito (fig. 3) para todos os grupos e deixamos os estudantes realizarem uma análise e exploração do material, para tentarem resolver os problemas propostos. Abrimos para ouvir sugestões, caso algum deles tivessem alguma ideia sobre o uso do material. As sugestões apareceram de forma tímida, um ou outro apresentou ideias como: “tem ângulo”, “parece material do pedreiro”, “e esse canudo?”, “é uma circunferência” dentre outros comentários.

Figura 3 - Teodolito alternativo confeccionado por material reciclável.

Fonte: Acervo Pessoal.

Questionamentos eram feitos no decorrer da atividade: Como medir a altura de uma torre utilizando o Teodolito? Como medir a distância do rio Araguaia sem atravessá-lo? Como medir a altura da parede da sala de aula posicionado a uns 4 metros dela? O que o Teodolito pode medir? Como utilizamos o ângulo medido por meio do Teodolito para encontrar a altura e distância que procuramos?

Ideias foram surgindo e a partir delas era realizado a discussão, para assim poderem resolver o nosso problema (fig. 4): Como descobrir a altura da torre Eiffel? Alguns participantes chegavam à conclusão que Pitágoras, o seno ou até mesmo o cosseno não poderiam ser aplicados naquele momento, pois algumas medidas não eram possíveis de serem obtidas. Por fim, estimulados pelos ministrantes os mesmos concluíram que seria necessário o uso do conceito da tangente.

Figura 4 - O observador e a torre Eiffel

Fonte: Acervo Pessoal.

Após a descoberta da melhor estratégia, era feito o *replay* dos passos necessários para solucionar o problema. Como atividade posterior os alunos deveriam calcular a

altura da caixa d'água da escola, assim todos os estudantes eram deslocados para fora da sala de aula. Cada grupo deveria eleger um responsável pelo o registro dos dados, um para manipulação do material e os outros para coletarem as demais medidas. Anterior a esse momento de saída dos alunos fizemos ensaios em sala de aula medindo a altura da parede, para que possíveis erros cometidos pelos alunos na hora da medição e coleta dos dados pudessem ser sanados. Os passos para medição da caixa d'água foram os seguintes:

Passo 1: Medir a altura H_1 do aluno escolhido para ser o observador utilizando uma fita métrica (fig.5).

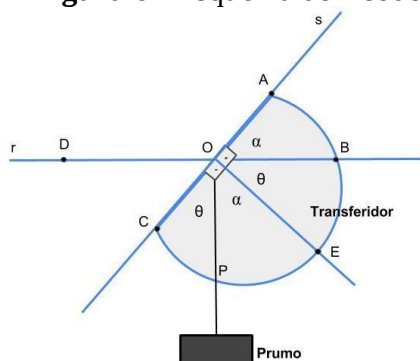
Figura 5 - Medindo a altura do observador.



Fonte: Acervo pessoal

Passo 2: Coletar a distância do observador, com uma fita métrica, até a caixa d'água e o ângulo α formado entre o ponto E e o barbante (fig. 6 e 7).

Figura 6 - Esquema do Teodolito



Fonte: Os autores

Figura 7 - Aluno medindo o ângulo



Fonte: Os autores⁵

⁵ Para preservar a identidade dos participantes os seus rostos foram disfarçados.

Passo 3: Utilizar a relação trigonométrica tangente juntamente com a tabela trigonométrica (para o valor da tangente do ângulo α) para descobrir a altura H2 (altura entre os olhos do observador e o ponto mais alto da caixa d'água).

Passo 4: Somar a altura H2 com a altura H1 (altura do observador).

Posteriormente a coleta dos dados e a efetuação dos cálculos, em sala foi feita uma comparação dos resultados encontrados pelos estudantes, onde tínhamos em alguns casos uma grande variação. Explicamos a essas turmas o que pode ter acontecido em algumas medições e que ocasionaria em resultados incorretos: Primeiro: o nosso Teodolito é um instrumento impreciso devido ser produzido com materiais reutilizáveis e ter mecanismos sucessíveis a disparidades nas medições. Então, o que ele proporciona é uma aproximação da altura desejada. Segundo, são os erros cometidos na coleta de dados como arredondamento do ângulo apresentado, medida da distância do observador ao objeto, em “linhas tortas”, resultando no aumento dessas medidas. A soma de medidas em cm e em metros sem antes realizar a conversão e também os cálculos realizados na obtenção da altura H2.

Apesar de terem surgidos alguns valores com variações díspares, a medida esperada era por volta de 9 a 11 metros, verificamos que grande parte dos alunos conseguiu um valor bem aproximado da altura real. Para finalizar a atividade passamos aos alunos um questionário com questões sobre o conhecimento do material, se gostaram da atividade, e por fim quatro palavras para descrever a oficina.

4 RESULTADOS

A atividade em si proporcionou envolvimento da turma para a resolução do problema, até aqueles alunos que não costumavam participar das aulas estavam expondo a sua opinião e discutindo nos grupos, o que não ocorria regularmente, segundo a professora da turma.

Os estudantes afirmaram com base na análise dos questionários, que não tiveram antes um contato com esse instrumento, e julgaram a atividade como dinâmica, interessante, diferente, interativa e prática. Era algo que comumente não acontecia em sala de aula e este dinamismo, diferente do comum, proporcionou o interesse, como observamos no relato de duas alunas: “Foi uma aula diferenciada onde aprendemos e

colocamos em prática”; “Porque proporcionou uma atividade diferente, com o contato com objetos físicos e aplicados em elementos do dia a dia”.

Mostraram-se participativos para o trabalho com uma matemática mais aplicada, mesmo que alguns pouquíssimos a julgam como difícil e desinteressante. Em uma das turmas iniciamos falando que iríamos trabalhar com trigonometria e logo vimos expressões de medo e de desinteresse. Porém, após a atividade, mudaram as suas concepções sobre o trabalho com a matemática, destacando a importância do material concreto em sala de aula como meio de trazer sentido ao ensino desse conteúdo com a sua aplicabilidade no dia a dia.

Os estudantes desempenharam um bom papel como protagonistas da própria aprendizagem, se dispuseram com ânimo a resolver a situação dada, questionando os professores quando era realmente necessário.

Assim, podemos observar os resultados do nosso trabalho, que era ressaltar a importância da trigonometria no dia a dia, que está não é uma matemática sem aplicação, e que a sua aplicação pode ser feita de forma diferente e interessante com os estudantes. O trabalho do seu desenvolvimento fica a cargo do professor, se quer trazer um ensino significativo aos estudantes, ou somente um “depósito bancário” sem interação com seus conhecimentos anteriores.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a atividade buscamos, como afirma Moreira (2010), estruturar o conhecimento dos estudantes com o uso do material manipulável, trazendo sentido à matemática, além de apresentar uma situação possível e real, com uma resolução de fácil acesso. Acreditamos que a atividade trouxe uma aprendizagem mais significativa ao conteúdo de trigonometria além de contribuir para o trabalho com a conversões de medidas, de metros para centímetros e de centímetros para metros, com a geometria nas representações do problema no triângulo retângulo, no uso de instrumentos como a calculadora, transferidor e da fita métrica.

A proposta do uso do Teodolito nas aulas de trigonometria proporcionou uma maior participação desses alunos nas aulas, tornando-a mais dinâmica, o professor passou a ser somente o orientador da aprendizagem e os alunos os protagonistas a fim de desenvolver a sua autonomia na resolução de problemas matemáticos, se tornarem

investigadores do conhecimento e despertou a sua curiosidade pela matemática como propõe Rêgo M. e Rêgo G. (2006).

6 Referências

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa Crítica**. Porto Alegre, RS: UFRGS, 2010.

DIONIZIO, F. Q., BRANDT, C. F. Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em Trigonometria. In: Congresso Nacional de Educação, 10., 2010, Curitiba.

Anais eletrônicos... Curitiba: PUCPR, 2010. Disponível em:

<http://educere.bruc.com.br/CD2011/pdf/4728_2885.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2017.

ZILKHA, E. **Utilização do GeoGebra na construção de instrumentos Teodolito**. 2014. 50 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <[http://bit.proformat-](http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1111/2012_00891_ESTHER_ZILKHA.pdf?sequence=1)

[sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1111/2012_00891_ESTHER_ZILKHA.pdf?sequence=1](http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1111/2012_00891_ESTHER_ZILKHA.pdf?sequence=1)>. Acesso em: 22 fev. 2017

RÊGO, R. M.; RÊGO, R.G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 39-56.