

EXPERIMENTAÇÃO EM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA: POSSIBILIDADES E DESAFIOS NO DESENVOLVIMENTO DA TABUADA GEOMÉTRICA

Dilene Gomes de Miranda¹

Rosimeyre Gomes da Silva Merib²

Adelino Candido Pimenta³

RESUMO

Ao refletirmos sobre as dificuldades de aprendizagem não podemos desconsiderar que o aluno é um sujeito histórico, social e cultural, e que a escola também possui uma história e uma cultura específica. Nossa proposta parte da Teoria Histórico-Cultural, tendo em Vygotsky a principal referência, além de outros autores como Moysés, Oliveira e Silva. Ressaltamos que nossa análise diante das dificuldades do ensino e da aprendizagem na matemática pressupõe a presença de fatores sociais e culturais, enfocando as dificuldades que são produzidas no processo de escolarização e não os problemas/dificuldades de aprendizagem em si. Para complementar este estudo foi realizada uma atividade no sexto ano do ensino fundamental de um colégio público com o total de vinte e oito alunos, tendo como foco o recurso didático da experimentação buscando para este fim a referência em Lorenzato, que defende que esta pode auxiliar o professor a propiciar um ensino-aprendizagem com maior eficácia. O experimento realizado teve como objetivo identificar a propriedade comutativa da multiplicação por meio da geometria utilizando o papel quadriculado. Com este experimento os alunos puderam perceber que estavam estudando tabuada, mas de forma inversa, com a utilização dos produtos e não dos fatores, pois assim eles comprovaram as comutatividades destes fatores, evidenciando que a ordem dos fatores não altera o produto. Ainda foi possível a identificação de que vários produtos podem ser obtidos por combinação de várias duplas de fatores, sendo assim o objetivo inicial foi alcançado, podendo ainda perceber as possibilidades de um trabalho posterior com o uso da tabuada geométrica construída, para dar enfoque a outros conteúdos do sexto ano do ensino fundamental.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem; Teoria Histórico-Cultural; Educação Matemática; Experimentação.

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás- IFG. E-mail: dilegomi@hotmail.com

²Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás- IFG. E-mail: prof.rosi@yahoo.com.br

³Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás- IFG. E-mail: adelino.pimenta@ifg.edu.br

1 INTRODUÇÃO

O presente estudo decorre de questionamentos sobre a prática escolar cotidiana e da constante busca em compreender as dificuldades enfrentadas por professores e alunos para lidar com os conceitos matemáticos. De fato, o conhecimento matemático não se consolida como um rol de definições prontas a serem memorizadas. A matemática deve conduzir os alunos à exploração de uma grande variedade de ideias e de estabelecimento de relações entre fatos e conceitos de modo a incorporar os contextos do mundo real, as experiências e o modo natural de envolvimento para o desenvolvimento das noções matemáticas com vistas à aquisição de diferentes formas de percepção da realidade.

Nesse sentido, percebemos que durante várias décadas o ensino da matemática e o entendimento da matemática como ciência foram vistos como imutáveis, prontos, acabados e politicamente neutros. Seu ensino resumia-se em transmissão do conhecimento previamente adquirido pelo professor, detentor de toda sabedoria, e na memorização por parte dos aprendizes daquilo que lhes era passado e que, posteriormente, seria cobrado por meio de avaliação metódica, pontual e de caráter quantitativo. O intuito era o de verificar a capacidade de reprodução de tudo o que lhe fora transmitido, fazendo uso dos algoritmos e fórmulas que deveriam ser memorizados, sem que pudessem questionar a utilização numa perspectiva crítica de tais conhecimentos.

No entanto, emergem na contemporaneidade várias questões em educação matemática em vários de seus ramos de estudo, principalmente com relação ao ensino-aprendizagem. O entendimento recente é o de que a matemática precisa ser uma ciência viva, dinâmica e, principalmente, significativa. É preciso despertar nos alunos o seu lado questionador, crítico e investigativo. Assim, muitas áreas do conhecimento podem auxiliar no desenvolvimento de um pensamento matemático numa perspectiva crítica e emancipadora, sendo que “uma dessas áreas é a psicologia da educação, pois o que ela vem acumulando ao longo dos anos podem dar orientações e sugestões de como proceder para alcançar a melhoria no ensino e na aprendizagem” (MOYSÉS, 1997, p. 9).

Nesse viés, ao investigar respostas a questionamentos sobre como o ensino e a aprendizagem em matemática podem ser melhorados, buscou-se para essa ação pedagógica o apoio da teoria histórico-cultural de Vygotsky, a qual discute sobre a

relação do homem com o mundo, entendendo que não se trata de uma relação direta, mas uma relação mediada, que utiliza instrumentos e signos para que essa mediação aconteça. No entanto, ainda se fez necessário agregar ao conhecimento teórico, necessário para o desenvolvimento dessa proposta, conhecimentos advindos da experimentação, proposto por Lorenzato (2010, p. 23), que é entendido como “um processo que permite ao aluno se envolver dinamicamente com o assunto em estudo, além de participar nas descobertas e dinamização do estudo em matemática”.

Talvez a mais importante implicação teórico-metodológica de uma proposta de formação de conceitos em Matemática seja a compreensão do educador como mediador do processo de construção do conhecimento, criando situações pedagógicas para que a criança exercite a capacidade de pensar e buscar soluções para os problemas apresentados. Por meio de ações sobre os objetos, inventando e descobrindo relações, estruturando o seu pensamento lógico - matemático, especialmente no que diz respeito às noções de operações e medidas na exploração sensorial do mundo físico, em que a criança logrará condições para evolução da representação simbólica da Matemática. Número, operações, resolução de problemas, espaço, forma, etc. não são noções que se desenvolvem nas crianças apenas mediante repetição, por simplesmente ouvir falar, mas por uma construção do processo de ensino situado na perspectiva da formação de conceitos no qual considera a dinâmica de trabalho pedagógico indicando princípios e encaminhamentos metodológicos norteadores dessa ação.

Considerando a discussão acima, a atividade desenvolvida nessa proposta de atividade teve como elemento desencadeador de ações o trabalho desenvolvido pelo grupo de estudos coordenado pela professora Margarida Uva Nunes Silva de Lisboa, em Portugal. O grupo de estudo utilizou a tabuada geométrica para ajudar os alunos a construir conceitos matemáticos acerca do conteúdo de multiplicação com números naturais.

Desenvolvemos a proposta da tabuada geométrica agregando elementos da teoria histórica cultural e da experimentação em matemática. Este experimento foi realizado em uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental. Propomos ainda algumas reflexões sobre estratégias didáticas que os professores de Matemática podem utilizar para ajudar os alunos a construir os conhecimentos pertinentes à disciplina.

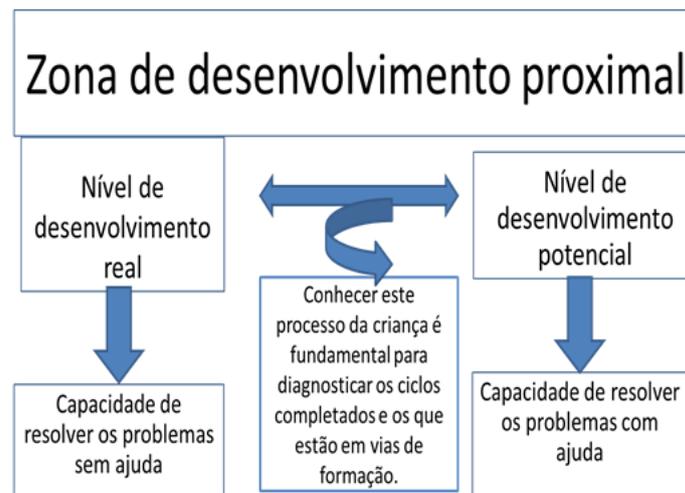
2 A MEDIAÇÃO COMO CAMINHO PARA A APRENDIZAGEM

Para entender como o ensino e a aprendizagem em matemática podem ser melhorados, buscamos na teoria histórico-cultural de Vygotsky um suporte, fato importante para o entendimento de como se dá a aprendizagem humana. Segundo tal teórico, a relação do homem com o mundo não é uma relação direta, mas uma relação mediada, sendo que existem ferramentas auxiliares da atividade humana, elementos intermediários entre o sujeito e o mundo. Nesse sentido, existem dois tipos de elementos mediadores: os instrumentos e os signos (OLIVEIRA, 1997).

Para Vygotsky, os instrumentos se referem a objetos concretos que fazem a mediação entre o homem e seu objeto de trabalho, já os signos são instrumentos psicológicos, ferramentas que auxiliam os processos psicológicos e não as ações concretas. Signos auxiliam em tarefas que exigem memória e atenção, além de serem interpretáveis como representação da realidade, podendo referir-se a elementos ausentes do espaço e do tempo presentes (VYGOTSKY *apud* OLIVEIRA, 1997).

Assim, a partir da evolução humana e do desenvolvimento de cada indivíduo, os signos, que fornecem um suporte concreto para ação do homem no mundo, vão se transformando em processos internos de mediação, mecanismo este chamado por Vygotsky de processo de internalização, em que também serão desenvolvidos os sistemas simbólicos que organizam os signos em estruturas complexas e articuladas. Nesse contexto, a linguagem é entendida como um sistema simbólico dos grupos humanos, fornecendo os conceitos, as formas de organização do real, a mediação entre o sujeito e o objeto do conhecimento. É por meio dela que as funções mentais superiores são socialmente formadas e culturalmente transmitidas (Ibidem, 1997).

Nessa perspectiva, compreende-se que o processo de ensino-aprendizagem se dará efetivamente quando conhecermos o nível de desenvolvimento cognitivo do aluno a fim de dirigirmos o ensino não para etapas intelectuais já adquiridas, mas sim para os estágios de desenvolvimento ainda não assimilados. Nesse processo o professor tem como papel fundamental interferir na zona de desenvolvimento proximal do aluno, provocando avanços que não poderiam ocorrer sem sua ajuda.

Figura 1 - Zona de desenvolvimento proximal.

Fonte: Acervo Pessoal

Na prática pedagógica, aproveitar a vivência do aluno pode também se referir ao fato de que o conhecimento de um aluno poderá auxiliar o outro, pois, às vezes, quando uma atividade realizada pelo professor não é bem compreendida, pode ser entendida com o auxílio de um colega. Para isso, o ensino deve partir de onde o aluno está, isto é, para ensinar é preciso identificar o que o aluno conhece; significa também valorizar o passado do aprendiz, seu saber extraclasse sua cultura primeira, adquirida antes da escola, enfim, sua experiência de vida (LORENZATO, 2010).

Segundo Oliveira (1997), a intervenção do professor não pode ser uma situação de imposição, mas sim de uma reconstrução individual daquilo que é observado, criação de algo novo a partir do que observa. Vygotsky não toma a atividade imitativa como um processo mecânico, mas a oportunidade da criança ir além de suas próprias capacidades e que contribua para seu desenvolvimento.

Partimos então do pressuposto de que os alunos têm várias características sociais, econômicas afetivas e tantas outras. Assim, o professor necessita possibilitar o desenvolvimento dos potenciais intelectuais utilizando para tanto diferentes recursos didáticos, sejam eles visuais ou verbais.

3 RECURSO DIDÁTICO: EXPERIMENTAÇÃO EM MATEMÁTICA

O recurso didático da experimentação em matemática pode possibilitar a intervenção tanto do professor quanto dos colegas de sala para que o aluno consiga sair

do nível de desenvolvimento potencial para o real, buscando para isso um aprendizado em matemática por meio da integração entre aritmética, geometria e álgebra.

Para a defesa do recurso didático da experimentação é necessário fazer um retrospecto, pois a ideia de experimentação está presente na história da humanidade. Desde os primeiros homens até os nossos dias, tudo começa a partir de um pensamento, de uma necessidade. Depois, vêm as tentativas, os erros e os acertos até acontecer o fato concreto (CRUZ, 2009).

Utilizando o estudo que Cruz (2009) realizou em defesa da experimentação, pode ser verificado que:

As grandes descobertas surgiram com a valorização das ideias e da experimentação. Bem se vê que os conhecimentos do mundo moderno sobre o mundo físico resultaram de um longo percurso histórico de tentativas. A necessidade de testar o que se conhecia por meio de formulações teóricas motivou importantes personagens do campo científico (CRUZ, 2009, p.12).

Assim, se observa que durante toda a história da humanidade os problemas surgiam de uma forma global e não por partes, sendo que a solução deveria ser encontrada compreendendo o todo e não só as partes. Nesse sentido, a ação pedagógica deve se voltar para um ensino onde as partes se integrem de forma a compreensão do todo para as partes. No caso da matemática diz respeito a integrar a aritmética, a geometria e a álgebra.

A justificativa para que o ensino seja desta forma vem também da premissa de que o conhecimento das partes não significa o conhecimento do todo. Desse modo, “fazendo essa integração, os alunos percebem que a matemática pode ser considerada como uma orquestra que apesar das partes terem características diferentes quando se juntam possuem uma conexão harmoniosa e bela” (LORENZATO, 2010, p. 60).

O trabalho integrado possibilita utilizar a geometria para facilitar o aprendizado em outros campos da matemática, por tornar visível o que nem palavras, números e outros símbolos conseguem comunicar. Ao utilizar a experimentação como metodologia de trabalho, o professor possibilita essa integração trazendo a vivência de que uma parte depende da outra para que se construa o conhecimento. Desta forma, o próprio estudante pode chegar a conceitos que anteriormente concebia sem nenhuma conexão das partes envolvidas.

Lorenzato (2010, p.69) considera ainda que:

Os conceitos não são construídos em sequência linear nem de forma isolada, não é recomendável que sejam apresentadas separadamente ao aluno as noções de aritmética, geometria e álgebra. Aqueles que estudaram de modo isolados os conceitos ficaram com a impressão de que estes não se inter-

relacionam e que aprenderam assuntos distintos.

Para que os alunos consigam construir os conceitos é necessário valorizar o processo de aquisição de conhecimento e isto pode ser propiciado pela atividade da experimentação, pois, para que alcance esse objetivo é necessário que o aluno vivencie esse processo, cheque as possibilidades, verifique suas afirmações e consiga chegar a conclusões e não apenas adquira o conceito pronto e acabado. Tudo isso só acontece quando “cada indivíduo começa a responder suas próprias questões, se envolve com o assunto em estudo, participa das decisões e socializa-se com os colegas” (LORENZATO, 2010, p. 71).

Entendemos, no entanto, que a experimentação é um recurso que pode ser utilizado em qualquer momento, principalmente quando o intuito é estimular o aluno a refletir, de forma que este não se preocupe em encontrar a resposta certa, mas valorizar o caminho, a solução, a estratégia. Para que isso ocorra é necessário favorecer, sempre que possível, à realização da descoberta como decorrência da experimentação.

4 O SURGIMENTO DA PROPOSTA

A proposta da atividade deste relato de experiência surgiu de duas necessidades: primeiro do desenvolvimento e avaliação da experimentação como recurso didático para o ensino da matemática da disciplina de Análise e Desenvolvimento de Recursos Didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática do curso de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFG), Câmpus Jataí; e segundo, da utilização de um recurso didático que ajudasse a resolver uma situação que estava sendo vivenciada em turmas do sexto ano do ensino fundamental. Foi observado junto à turma que havia a necessidade de revisar o conteúdo relacionado à operação de multiplicação e suas propriedades. Procurávamos, no entanto, uma abordagem metodológica em que os alunos compreendessem que a atividade não seria apenas mais uma forma de cobrar o “decoreba” como expectativa de aprendizagem.

Ao se trabalhar com a operação de multiplicação em sala de aula na disciplina de matemática, cria-se um sentimento normalmente de apreensão, porque geralmente os alunos têm certa aversão a este tema, porque acham que será “tomada a tabuada”. Para se trabalhar com este conteúdo é conveniente utilizar recursos que não se pautem na memorização dos resultados das operações de multiplicação. Esta constatação também é

verificada na afirmação de Lorenzato quando expõe que “um dos assuntos de que as crianças mais reclamam é ter de aprender a tabuada e com razão porque do 0 ao 10 são 121 produtos a serem decorados” (LORENZATO, 2010, p. 83).

A proposta então é facilitar a descoberta da comutatividade da multiplicação por meio da tabuada geométrica e conseqüentemente propiciar o aprendizado de vários fatores que possuem o mesmo produto, pelo uso desta propriedade.

Esta atividade se bem explorada suprirá as explicações necessárias para esta etapa do ensino, neste caso sexto ano do ensino fundamental, e indo além, também poderá ser trabalhados conceitos de: potenciação, área de figuras geométricas, múltiplos, divisores, números primos. Não sendo necessário utilizar a tabuada geométrica de uma só vez, mas, em momentos oportunos para introduzir ou concluir conteúdos de acordo com as necessidades de estudos.

A experimentação em matemática tem o foco verificar e comprovar as regularidades numéricas e geométricas que possam surgir no decorrer das atividades, como veremos a seguir.

5 ATIVIDADE DE EXPERIMENTAÇÃO: TABUADA GEOMÉTRICA

A ideia da atividade de experimentação, a qual tem como origem a Tábua Pitagórica ou Tabela de Pitágoras, é fazer com que o aluno descubra a propriedade da comutatividade da multiplicação e, se possível, outras propriedades como a associativa, a distributiva e conceitos que devem ser trabalhados de acordo com o currículo do sexto ano do Ensino Fundamental.

Essa tabela foi criada por Pitágoras, filósofo e matemático grego, do século VI a.C. Com ela é possível efetuar todas as operações de multiplicação existentes na tabuada tradicional.

Figura 1: Tabela de Pitágoras.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Fonte: HORTA, 2006.

A tabuada geométrica utilizada no experimento foi a desenvolvida por Silva (2011). Nessa atividade, ela propõe transformar a tábua de multiplicação (Pitágoras) num processo geométrico, pois utiliza, ao invés de algarismos, os quadradinhos em substituição. São desenvolvidas sequências de questões em que os alunos investigam e constroem a propriedade comutativa da multiplicação e o conceito de áreas em geometria, integrando a aritmética de forma gradativa de acordo com o nível de ensino em que eles se encontram, neste caso, o sexto ano do Ensino Fundamental. O intuito dessa atividade foi utilizá-la para desenvolver o raciocínio comutativo, para que os alunos pudessem memorizar os resultados pelo produto e não pelos fatores, diferenciando nesse aspecto da proposta da professora Margarida, que começou com os fatores de cada linha pela coluna e depois os seus produtos, mas que também propõe trabalhar outros conceitos por meio da tabuada geométrica.

Ao enfatizar a propriedade comutativa da multiplicação, essa atividade centrou-se em revisar os produtos de fatores com algarismos de um a cem, possibilitando a integração entre aritmética e geometria, com o intuito de tornar os produtos, resultados concretos, por meio da comprovação da multiplicação de uma linha por uma coluna, podendo ser verificados os produtos contando quadradinho por quadradinho. Esta atividade possibilita dar continuidade aos conteúdos do ano em questão, pois o papel quadriculado, preenchido com lápis de cor pelos alunos, poderá ser reutilizado para introduzir potenciação e radiciação, área e perímetro, além dos números primos. Também haverá possibilidade da utilização da tabuada geométrica em outros níveis de ensino, fazendo para isso adaptações aos conteúdos e anos respectivos.

6 MATERIAIS E MÉTODOS

O trabalho aqui relatado foi realizado com uma turma composta de 28 alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, no Colégio da Polícia Militar de Itumbiara, em Goiás, na qual uma das autoras é a professora responsável pela disciplina. A experiência foi desenvolvida na sala de aula, com os alunos dispostos em grupos de quatro estudantes, reunidos de forma que cada grupo de alunos pudesse ser assimétrico, assim como Vygotsky propunha, isto é, deve haver pelo menos um parceiro mais capaz em relação ao conteúdo trabalhado, sendo que a questão (ou problema ou desafio) que desencadeia a interação deve estar bem definida e ser conhecida por todos os participantes e que a zona de desenvolvimento proximal deve ser respeitada.

Os dados foram obtidos por meio de gravações do áudio das conversas nos grupos; da observação participante e registro da professora nos grupos; respostas dadas às perguntas do roteiro de atividade e a análise final. As atividades desenvolvidas foram planejadas da seguinte forma: na véspera da primeira aula, foi solicitado aos alunos que trouxessem lápis de cor e régua; foi providenciado papel quadriculado em tamanho A3 para os grupos.

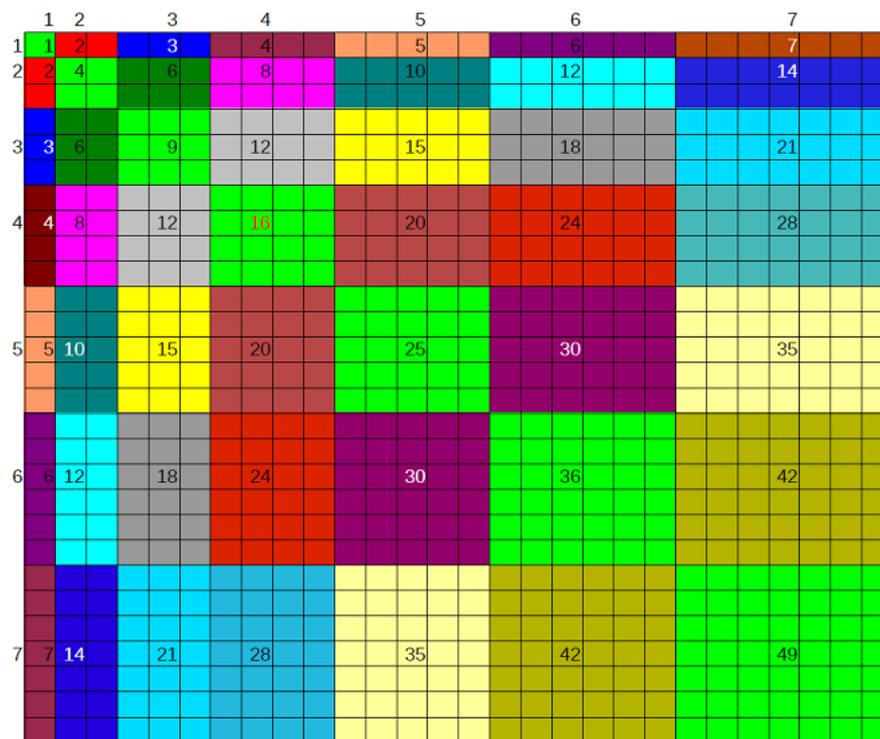
O experimento foi dividido em cinco etapas, utilizando-se para isso três aulas de cinquenta minutos cada, para não cansar os alunos e para que o assunto não fosse esgotado de uma só vez. Em cada etapa, a professora leu as questões norteadoras, fazendo questionamentos sobre como poderiam respondê-las. Desta forma, cada vez que lia as perguntas colocava os alunos a refletirem para criar as estratégias por meio das quais chegariam às respostas, deixava um grupo e partia para outro, sem no entanto, respondê-los, deixando-os a pensar, cada vez mais sobre a solução.

Na primeira etapa, os grupos foram divididos por meio da numeração dos alunos de um a sete onde cada número idêntico se reuniria e formaria um grupo. Os grupos receberam as orientações para iniciarem as atividades como: desenhar no quadriculado (papel milimetrado ou quadriculado) um quadrado de lado 0,5 centímetros, começando num ponto qualquer na zona superior esquerda da folha e deixando uma pequena margem (uma linha de quadradinhos em cima e na lateral esquerda); unir o vértice inferior direito do primeiro quadrado com o vértice superior esquerdo do segundo quadrado e assim sucessivamente, desenhar quadrados de lados 2, 3, 4, 5 e 6 quadradinhos; pintar o interior de todos os quadrados, usando sempre a mesma cor, até finalizar a folha do papel quadriculado. As perguntas feitas pela professora: 1) Qual figura geométrica você pintou? 2) Por que ela recebe este nome?

Na segunda etapa foi questionado aos alunos se existe uma forma mais fácil de contar a quantidade de quadradinhos dessas figuras geométricas (quadrados). A terceira etapa iniciou-se na segunda aula, quando foi questionado como eles fizeram para chegar em trinta e seis quadradinhos. Já na quarta etapa foi questionado ainda se seriam só esses dois fatores que teriam como resultado doze. E assim, mediante os questionamentos a tabuada geométrica foi sendo construída.

A última etapa contou com o questionamento que levou os alunos a registrar suas opiniões sobre a atividade por meio de um relatório, podendo fazer a avaliação da atividade e do que eles desenvolveram.

A tabuada geométrica construída deveria ficar com esta formação:

Figura 2 -Tabuada Geométrica.

Fonte: SILVA, 2011

7 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Durante a aplicação da atividade os grupos seguiram as orientações e alguns integrantes tiveram alguma dificuldade para entender as instruções iniciais tais como, por exemplo, o aluno A: “Como aumentar os quadradinhos para qual lado?” Nesse momento evidenciou-se a contribuição do colega do grupo que demonstrou seu conhecimento: “O vértice é o ponto de baixo, assim para aumentar vai um para lá e outro para baixo”. Posteriormente, essas dúvidas de como fazer a pintura dos quadradinhos foram sanadas pela professora.

Em relação às perguntas feitas pela professora durante a primeira etapa, chegou-se a alguns resultados, conforme exemplificado nas falas dos alunos: 1)Qual figura geométrica você pintou? 2)Por que ela recebe este nome? Os alunos responderam que a figura é um quadrado e foi perguntado por que chegaram a essa conclusão, respondendo que é porque tem lados iguais. Foi perguntado se algum deles não concordava com a resposta, não havendo nenhum pronunciamento. Um dos alunos justificou que já conhecia a figura geométrica “quadrado”. Para que a atividade seguisse sem problemas era necessário saber se os alunos já tinham o conhecimento do conceito de quadrado, pois este desde o início deveria ser utilizado. Foi observado, a partir das falas dos alunos

e do desenvolvimento da atividade, que eles sabiam identificar o significado da figura geométrica quadrado.

Para a segunda etapa quando questionado se existe uma forma mais fácil de contar a quantidade de quadradinhos dessas figuras geométricas (quadrados), eles disseram que seria multiplicando as linhas pelas colunas, ou como disse a aluna B do grupo 1 “é só contar os números de quadradinhos de baixo e de cima, do quadrado grande”. Mas o aluno do grupo C não concordou com a resposta, então foi pedido que contasse os quadradinhos da linha e coluna cinco. Contando, ele verificou que haviam vinte e cinco quadradinhos e foi perguntado se lembrava de dois fatores que multiplicados poderia dar este produto, ele disse “cinco vezes cinco é vinte e cinco”, então olhou novamente para a tabuada geométrica e disse “Agora entendi”. Dessa forma, conseguiu prosseguir com o raciocínio e escrever quais fatores seriam necessários para os próximos quadrados. Neste momento, pelas observações realizadas nos grupos os alunos começaram a fazer a conexão entre a quantidade de quadradinhos e a multiplicação realizada pelos números da linha e da coluna, podendo comprovar essa multiplicação, o produto resultante e, se surgisse à dúvida do resultado, eles contavam novamente os quadradinhos. Após preencher com os fatores e o produto os quadrados pintados, foi questionado se sabiam o nome desses números que representavam estes quadrados, eles não sabiam que estes produtos são chamados número quadrado perfeito. Nesse momento foi utilizado o livro didático (DANTE, 2012. p.109) para fazerem a pesquisa e obterem a resposta. Neste momento eles discutiram muito como poderiam achar no livro esta resposta, um dos alunos disse que já tinha visto no livro uns pontilhados que formavam um quadrado, dizendo que seria o primeiro a achar a resposta. Esta análise mostra uma forma de incentivo à pesquisa, favorecendo a liberdade do aluno em procurar sozinho a resposta, que, em se tratando de aula expositiva, a resposta poderia ser dada de forma automática pela professora. Tanto que a resposta foi conseguida por dois alunos, em páginas diferente do livro adotado, na vinte e seis e cento e nove.

A terceira etapa iniciou-se na segunda aula. Quando foi questionado como eles fizeram para chegar em trinta e seis quadradinhos, a resposta da aluna C foi: “Eu contei os quadradinhos de cima e os quadradinhos do lado”, ou seja, contou a linha e coluna. Então a professora perguntou como poderia chamar os prolongamentos dos lados do quadrado, no que a aluna D respondeu “linhas deitadas e linhas em pé”, dando a entender que conseguiu identificar que teria que observar os números das linhas

horizontais e verticais. Desta forma a professora para facilitar sugeriu utilizar esta explicação que está correta, de uma maneira mais geral, de linhas dos 2, 3,4...10 e colunas do 2,3,4...10. Perguntando o que achavam da sugestão, a aluna D disse então “ficou melhor, assim não confunde a gente”. Para buscar as respostas para a questão: como você fará para achar as linhas e as colunas onde estão doze quadradinhos? A professora a leu em voz alta, para que todos tentassem respondê-la e quem achasse a resposta levantasse a mão para comunicar seu resultado estabelecendo-se uma ordem para as respostas, pela ordem dos grupos. Um aluno respondeu pelo grupo 1: Para dar 12 preciso de 6×2 . Esse aluno percebeu que precisaria de dois números que multiplicados tivessem como resultado doze. Comprovando sua hipótese, ele contou os quadradinhos se orientando pela linha seis e coluna dois e confirmou sua suposição. Mas outro aluno do grupo 2: disse” pode ser também 2×6 ”. O aluno mostrou seu raciocínio seguindo com os dedos a linha dois e depois da coluna seis. Neste momento os alunos começaram a perceber que a ordem dos números não importava, dariam o mesmo resultado, mas ainda não conseguiram explicar claramente suas conclusões.

Quando pintaram os quadradinhos de seis por dois e dois por seis foi perguntado qual figura geométrica acarretou com essa pintura, no que eles responderam em uníssono que se tratava de um retângulo. Nesse momento foi questionado também porque ele tem este nome. A aluna C do grupo 2, pediu para responder ,“é porque os lados são diferentes, se fosse iguais era quadrado”. Percebeu-se que eles internalizaram bem o conceito de quadrado e retângulo, pois quando perguntado se concordavam com a resposta da aluna todos afirmaram que sim. Os alunos neste momento não conseguiram afirmar que o retângulo têm dois lados de dois a dois iguais, significando que ainda não perceberam esta regularidade.

Para a quarta etapa foi questionado ainda se seriam só esses dois fatores que teriam como resultado doze. O grupo 3 se pronunciou: “pode ser também 3×4 ”, porque lembrou que doze também é resultado desta multiplicação; e ainda o aluno do grupo 4 disse:” Mas eu achei que poderia ser 4×3 ”. Assim os alunos perceberam que tendo o produto em mente, o que poderiam fazer é pensar em dois números que multiplicados chegassem ao produto em questão. Com o auxílio do quadriculado dividido em linhas e colunas essa constatação ficou mais concreta, pois podiam contar os quadradinhos. Sempre que ditavam os fatores, a professora pedia que comprovasse as hipóteses dos colegas contando os quadradinhos das linhas e colunas sugeridas pelos eles e dissessem

se concordavam ou não com os fatores sugeridos. Alguns alunos precisam fazer a contagem dos quadradinhos para comprovar se os fatores e produto estão corretos.

Para pintar os 24 quadradinhos os alunos procederam da mesma forma, procurando os fatores que teriam como produto 24, mas agora com mais clareza identificando que se trata de multiplicação das linhas pelas colunas. Foi solicitado aos alunos, ainda, que devido estarem estudando a multiplicação, utilizassem o livro didático adotado para responder qual propriedade da multiplicação utilizaram quando estavam procurando os fatores que tinha o resultado do produto 12 ou 24. Assim, eles puderam identificar a propriedade comutativa da multiplicação encontrada no livro (DANTE, 2012). Nesta etapa eles começaram a compreender a propriedade comutativa pela comprovação visual da quantidade de quadradinhos utilizados.

Na quinta etapa refazendo a pergunta onze: Em matemática, a operação de multiplicação tem uma propriedade para explicar essa troca de fatores, como ela se chama? A professora pediu a opinião dos alunos: O que vocês acharam dessa propriedade? Aluno D respondeu: “Agora sei por que, quando fala que a ordem dos fatores não altera o produto, como está escrito aqui no livro. Quando a gente troca os números de lugar o valor final não muda”. Esta afirmação foi enriquecedora, pois, possibilitou os alunos a perceberem também essa constatação e quererem dar seus exemplos. Esta explicação do aluno fez com que alguns alunos que ainda não tinham percebido a comutatividade a vislumbrassem.

Para finalizar a professora sugeriu outros produtos para serem encontrados na tabuada geométrica, dividido por grupos, seria da seguinte forma grupo 1: 6, 8; grupo 2: 21, 27; grupo 3: 32, 42; grupo 4: 48, 54; grupo 5: 56, 63.

Neste momento os alunos perceberam que se tratava da tabuada geométrica, como disse a aluna E: “A não, vamos é estudar tabuada?”. A professora explicou que já estavam estudando só que de uma forma inversa, pois pelos produtos encontrariam vários fatores que chegariam a este, assim facilitando a memorização, pois muitos destes fatores se repetiam. Isso pode ser comprovado com a fala de alguns alunos na gravação: “É mesmo eu não tinha percebido isso”, “Por isso que se pode começar a estudar a tabuada pelo resultado e não pelos números”. Essas falas comprovam que a grande maioria percebeu neste momento que estudar a tabuada pelos produtos e não pelos fatores poderiam memorizar com mais facilidade, pois, um mesmo produto seria a resposta de vários fatores.

Fazendo parte da atividade foi pedido um relatório final sobre a atividade desenvolvida, em que expressassem sua opinião do que acharam dela, bem como o que aprenderam. A aluna A do grupo 2 respondeu “ Nós aprendemos o jeito mais fácil de aprender a tabuada”. “Nós achamos o trabalho em grupo muito legal, sensacional, pois aprendemos de verdade o que é a propriedade comutativa”. “E com a tabuada geométrica quando tiver em dúvidas do resultado é só contar os quadradinhos”. Estas falas gravadas demonstram que o objetivo de internalizar a propriedade comutativa da multiplicação para facilitar a memorização da tabuada foi alcançado pelas falas e execução das atividades

O aluno B do grupo 3 disse no seu relatório :” eu gostei muito porque é esta é uma forma divertida de estudar a tabuada, aprendemos fazer contas de uma maneira divertida como se fosse uma brincadeira. Percebe-se aqui nesta fala que iniciou-se uma desmistificação de como a tabuada pode ser estudada de forma diferente da comumente usada, que por vezes, pode até causar repulsa pelo seu estudo.

De acordo com os registros da professora, os alunos caminharam na construção da tabuada geométrica até a terceira etapa, com muito interesse em responder a atividade, sem perceberem do que se tratava, pois ela foi iniciada sem que fosse falado que estariam construindo a tabuada geométrica. Verificando que aos poucos construíam seus conhecimentos, na troca de explicações entre os componentes do grupo e entre os grupos, os que estavam avançando ajudavam os que estavam em estágio anterior, como propõe Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal de cada um foi respeitada e foi estimulada tanto pela professora quanto pelos colegas, a avançar de um nível de desenvolvimento cognitivo para outro.

Pelos relatos gravados e pela observação percebeu-se que o experimento propiciou uma aquisição de conceitos sobre a propriedade comutativa, quando os alunos manifestam que ao trocar os fatores o produto não se altera e são comprovados pela atividade prática relatada oralmente e por meio da escrita dos relatórios. Sendo assim trazendo para vida do aluno a internalização destes conceitos e provando que quando há a construção de significados o aprendizado poderá tornar-se efetivo.

A socialização de cada etapa pelos grupos, no momento da realização das atividades, possibilitou estimular a Zona de Desenvolvimento Proximal de cada um dos alunos nos grupos, a partir da mudança de opinião e internalização de resultados, que sem a comprovação concreta dos resultados para tornar-se abstrata no final de cada uma dessas etapas, não poderiam ser alcançadas.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este experimento teve pontos positivos no sentido que possibilitou aplicar a propriedade comutativa da multiplicação, a qual era o objetivo principal, mas alguns alunos durante sua execução tiveram um pouco de resistência quando perceberam que se tratava da tabuada, pois tinham o receio que seria cobrado da forma tradicional, por meio da arguição.

Para as professoras foi um desafio utilizar o experimento, mesmo que já tinha sido aplicado por outra professora em situação diferente da qual esta foi aplicada, pois a utilização de um novo recurso didático causa insegurança de início, mas também propicia uma vontade de melhorar a prática cada vez mais. Podendo, desta forma, auxiliar o aluno interessar-se pela matemática, pois pode comprovar conceitos que anteriormente são dados como prontos e acabados.

O objetivo de identificar a propriedade comutativa da multiplicação por meio da geometria utilizando o papel quadriculado foi alcançado, com o auxílio do recurso didático da experimentação, pois, os alunos puderam perceber que estavam estudando tabuada, mas de forma inversa, com a utilização dos produtos e não dos fatores, pois assim eles comprovaram a comutatividades destes fatores, evidenciando que a ordem dos fatores não altera o produto. Ainda foi possível a identificação de que vários produtos podem ser obtidos por combinação de várias duplas de fatores.

No entanto sugere-se que este experimento possa ser realizado de forma mais gradativa do que as etapas realizadas, para que os alunos não se cansem com sua execução, pois o preenchimento dos quadradinhos da questão doze, mesmo sendo realizada em grupo tornou-se muito repetitiva, pois foi executada em uma só aula. Assim poderia ser solicitado que os alunos trouxessem este material em dias de aulas diferentes e não em seguida, como foi realizado.

Salienta-se, ainda, que o experimento pode ser utilizado para os demais anos de estudo, enfocando os conteúdos necessários, assim abrindo possibilidades de aplicação para sanar dúvidas frequentes em diferentes anos de estudo. Não se pode afirmar que a totalidade dos alunos conseguiu assimilar toda a tabuada, mas abriu-se a possibilidade destes utilizarem a tabuada geométrica para memorizá-las no futuro, assim libertando-se para o raciocínio necessário para outras atividades matemáticas.

9 Referências

CRUZ, J. B. D. **Laboratórios**. Brasília: Universidade de Brasília , 2009.

DANTE, L. R. **Projeto Telaris: Matemática**. 1. ed. São Paulo : Ática, 2012.

HORTA, N. D. G. **Tábua de Pitágoras**. Disponível em: <www.blogviche.com.br>. Acesso em: 22 fev. 2016.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associado, 2010.

MORAES, M. C. **O paradigma educacional emergente**. Campinas: Papyrus, 2003.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas: Papyrus, 1997.

OLIVEIRA, M. K. D. **Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento; Um Processo sócio-histórico**. 4. ed. São Paulo: Scipione, 1997.

SILVA, M. U. N. **PROFMAT**. Disponível em: <www.apm.pt-SP30Tabuada_geometrica_4e7cb56109129.pdf>. Acesso em: 02 out. 2016.