

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A GEOMETRIA INSTINTIVA DAS ABELHAS: POSSIBILIDADES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Jacqueline Nascimento de Souza¹
Zulma Elisabete de Freitas Madruga²

RESUMO

Este artigo apresenta relato de experiência desenvolvida no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Tendências da Educação Matemática e Cultura (GEPTEMaC), vinculado ao Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Este grupo é formado por estudantes de licenciatura em Matemática e de pós-graduação, tanto de mestrado quanto de doutorado, e professores da Educação Básica e Ensino Superior. No âmbito do grupo, foram elaboradas propostas pedagógicas utilizando-se de algumas Tendências da Educação Matemática. Nesse sentido, este artigo tem como objetivo apresentar uma proposta que tem como tema a geometria instintiva das abelhas, apoiada na Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas. Analisou-se preliminarmente as atividades e possíveis resoluções por parte dos estudantes, e tem-se como perspectiva de continuidade o desenvolvimento desta proposta com estudantes de Ensino Médio.

Palavras-chave: Educação Básica; Ensino e Aprendizagem de Geometria; Resolução de Problemas.

1 INTRODUÇÃO

A Geometria está presente no cotidiano de diversas maneiras, como por exemplo na forma dos objetos, na arquitetura e até mesmo na natureza. A Geometria é uma

[...] ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos ou ainda um ramo da matemática que estuda as formas, plana e espacial, com as suas propriedades, ou ainda, ramo da matemática que estuda a extensão e as propriedades das figuras (Geometria Plana) e dos sólidos (Geometria no Espaço). (FERREIRA, 1999, p. 983)

Dessa forma, o estudo da Geometria pelos estudantes tem grande importância, visto que sua aplicabilidade não se restringe apenas à sala de aula, uma vez que a

¹ Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). jacquelinemat@aluno.ufrb.edu.br

² Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). betemadruga@ufrb.edu.br.

Geometria está presente também em outras áreas do conhecimento, e no cotidiano dos estudantes. No Brasil, o ensino atual de Geometria ainda possui resquícios da influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que teve seu auge entre os anos de 1960 e 1980 e influenciou significativamente a educação brasileira. O MMM “preconizava uma abordagem dos temas matemáticos a partir do formalismo, da teoria de conjuntos, da axiomatização, das estruturas algébricas e da lógica” (ANGELO; SANTOS; BARBOSA, 2020, p. 6).

Isso modificou a abordagem da Geometria feita tanto pelos livros didáticos, que geralmente trazem o conteúdo em seus últimos capítulos, quanto pelos professores, que muitas vezes não se sentem preparados para trabalharem com os conteúdos dessa área da Matemática (GEHRKE, 2017). Apesar das dificuldades que permeiam o ensino de Geometria, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ratifica a importância dessa unidade temática, e o seu ensino na Educação Básica. Além disso, o documento também reforça que,

[...] a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. (BRASIL, 2017, p. 272).

Dessa forma, é preciso que os conteúdos relacionados a essa unidade temática sejam trabalhados em sala de aula, de tal forma que a construção do conhecimento por parte do estudante aconteça com significado.

Nessa perspectiva, o uso de estratégias metodológicas para o ensino de Geometria é de grande importância para que os estudantes consigam estabelecer relações entre os conteúdos geométricos trabalhados nas aulas de Matemática com outras áreas do conhecimento e com a própria realidade.

Essa relação pode ser feita através da utilização de alternativas metodológicas com a Resolução de Problemas, que pode ser utilizada na construção de um novo conhecimento matemático (ONUCHIC; ALEVATTO, 2014).

Ao entender a importância da Geometria para a Matemática, outras áreas do conhecimento e para o cotidiano, desenvolveu-se uma proposta pedagógica, apresentada nesse artigo, e que visa abordar o conteúdo de volume de prismas de base triangular, de base quadrada e de base hexagonal. Essa abordagem é feita utilizando a Resolução de Problemas como estratégia metodológica, tendo a Geometria Instintiva das abelhas como contexto. Nesse sentido, tem-se aqui como objetivo apresentar uma proposta que

tem como tema a geometria instintiva das abelhas, apoiada na Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Resolução de Problemas (RP), que possibilita o desenvolvimento de ambientes investigativos para a aprendizagem, tem o estudante como principal construtor do conhecimento, assumindo uma participação ativa nesse processo de construção. Dessa forma, a RP configura-se como uma metodologia facilitadora para o ensino e aprendizagem de Geometria.

Uma das concepções para a Metodologia de Resolução de Problemas é a apresentada por Onuchic e Alevatto (2014). Segundo as autoras, o processo de ensino e aprendizagem pode ocorrer através da resolução de problemas. Para tanto, elas desenvolveram uma estratégia metodológica denominada de Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que utiliza situações reais para ensinar Matemática, levando em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes, bem como seu cotidiano.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas está estruturada em dez etapas, a saber: (1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) resolução de novos problemas e proposição de novos problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014). Além disso, a Metodologia considera que “o problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014, p. 33).

Cada etapa supracitada deve ser seguida, sendo o estudante participante ativo do processo de ensino e aprendizagem e o professor mediador, contribuindo para a construção de saberes. Ao propor um problema objetiva-se a construção de um novo conhecimento e portanto este problema chama-se problema-gerador. Depois são feitas as leituras individuais e em grupo, respectivamente, para que os estudantes compreendam o problema. Feito isso, é iniciada a resolução do problema, momento em que os estudantes mobilizam seus conhecimentos prévios para que seja possível a

construção de novos saberes e o professor precisa observar e incentivar a turma, ajudando-a através de questionamentos e reflexões a respeito do problema-gerador.

A pós a resolução do problema-gerador é importante que os alunos socializem as resoluções feitas e para isso há o registro dessas na lousa, seguido pela explicação dos estudantes sobre o porquê utilizarem determinadas estratégias para resolver o problema-gerador. Busca-se, a partir daí, o consenso entre as resoluções, analisando os pontos convergentes e divergentes e, assim, o professor pode formalizar o novo saber abordado no problema-gerador, propondo também novos problemas envolvendo esse saber construído.

Portanto, utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode favorecer a aprendizagem e contribuir para um ensino de Geometria com mais significado para os estudantes.

3 VOLUME DE PRISMAS E ALVÉOLOS DAS ABELHAS

A proposta educacional utiliza as etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, elaboradas por Onuchic e Alevatto (2014).

Inicialmente, é feito um momento de familiarização dos estudantes com o tema, com o intuito de conscientizá-los sobre a importância das abelhas. Depois é apresentado o problema gerador e os estudantes são convidados a pesquisarem e desenvolverem estratégias para a sua resolução. Por fim, é feita a formalização do conteúdo de volume de prismas regulares e são propostos novos problemas; a construção de um material manipulável, que segundo Nacarato (2005) são: objetos ou coisas que o estudante é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. O Quadro 1 mostra a identificação da proposta.

Quadro 1 – Identificação da proposta

Identificação	
<i>Disciplina</i>	Matemática
<i>Ano</i>	3º ano do Ensino Médio
<i>Carga horária por aula</i>	50 min
<i>Número de aulas</i>	12 horas/aulas ³
<i>Habilidades</i>	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo

³ A proposta pode ser desenvolvida em um número menor ou maior de aulas, dependendo do desenvolvimento da turma.

	de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Objetivo da proposta	Compreender os conceitos envolvendo cálculo de volume de prismas regulares, tendo como inspiração a geometria instintiva das abelhas.
Conteúdos abordados	Volumes de prismas de base triangular, de base quadrada e de base hexagonal.
Conhecimentos necessários	Cálculo de volume de sólidos; Cálculo de área de figuras planas; Perímetro, Unidades de medida.
Competências a serem desenvolvidas	Trabalho em equipe, autonomia do estudante na construção do conhecimento, desenvolvimento do interesse pela pesquisa, valorização de cotidiano e de conhecimentos já existentes.

Fonte: Os autores (2022).

Esta proposta pode ser realizada envolvendo somente a disciplina de Matemática ou de forma interdisciplinar, como por exemplo, com a disciplina de Biologia, em que os alunos poderiam estudar também sobre a habitat e nicho ecológico das abelhas.

3.1 DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA

A proposta deve ser desenvolvida em conformidade com as etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ONUHCIC; ALEVATTO, 2014). A seguir apresenta-se um roteiro que pode ser utilizado pelos professores.

1º Momento: Familiarização com o Tema. Carga horária: 2 aulas.

O professor irá explicar para a turma sobre a atividade que será desenvolvida, e propor um momento de discussão e conscientização sobre a importância do trabalho das abelhas para o meio ambiente (Sugestões: texto apresentado pelo professor, convite a um apicultor, filme Bee Movie, visita a um local de criação de abelhas). É importante ressaltar que esse momento servirá como um convite para que seja despertado nos estudantes o interesse para realizar a atividade.

2º Momento: Proposição do Problema (1º etapa da Metodologia de Resolução de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas). Carga horária 1 aula.

O Quadro 2 apresenta um texto para ser entregue aos estudantes.

Quadro 2 – Texto a ser apresentado aos estudantes**A Geometria instintiva das abelhas⁴**

Você já observou que até na colmeia construída pelas abelhas existe a presença da Matemática? Já percebeu como as abelhas utilizam a Geometria a seu favor? Para alguns autores, as abelhas parecem ser insetos inteligentes, e sempre buscam formas de agir que lhes favoreçam. Um fato curioso sobre elas é a utilização da Matemática, de forma instintiva, que atraiu a atenção de famosos físicos, como Ferchault de Réaumur, e matemáticos, como Maurice Maeterlinck e Colin Maclaurin. Como se sabe, esses insetos usam cera para construir os alvéolos das colmeias, e estes são utilizados como depósito na armazenagem do mel produzido. Com base no formato geométrico escolhido pelas abelhas para construção dos alvéolos, um apicultor decidiu otimizar/aperfeiçoar o armazenamento do mel produzido em sua fazenda, construindo recipientes semelhantes a esses alvéolos. Qual seria o formato mais eficiente para a construção desses recipientes? E utilizando placas de alumínio com medidas, respectivamente, 110cm e 2,40m, de largura e de comprimento, qual a área da sua base, e qual a capacidade volumétrica desses recipientes? (Considere $\sqrt{3} = 1,7$) Agora, mãos à obra!

Fonte: Os autores (2022).

3º Momento

O professor solicitará que a turma se organize em grupos de três ou quatro componentes, distribuirá a cada estudante uma cópia contendo o problema gerador, e solicitará que realizem a leitura individual.

4º Momento

Após a leitura individual, o professor solicitará que seja realizada a leitura em grupo, para a compreensão da situação-problema. Os 2º, 3º e 4º momentos poderão ser realizados em uma mesma aula.

5º Momento

Nesse momento o professor orienta os estudantes no levantamento dos dados e hipóteses, incentivando-os no desenvolvimento de estratégias para resolução da situação-problema. (Sugestão: Os estudantes podem ser levados ao laboratório de informática da escola, ou orientados a utilizarem seus telefones celulares, para pesquisar sobre a geometria dos alvéolos, construídos pelas abelhas). Carga horária: 2 aulas.

6º Momento: Registro das soluções na lousa, plenária sobre as estratégias de resolução e busca do consenso no caso de haver mais de uma resolução para o problema.

Nesse momento serão realizadas as etapas 6, 7 e 8 da Metodologia de Resolução de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Carga horária: 2 aulas.

7º Momento

Formalização do conteúdo, através do registro na lousa de uma apresentação formal, organizada e estruturada matematicamente do conteúdo que está sendo

⁴ Adaptado de: [A geometria instintiva das abelhas | Super \(abril.com.br\)](http://super.abril.com.br). Acesso em: 20 de abr. de 2022.

trabalhado, ou através de outra metodologia escolhida pelo professor. Carga horária: 1 aula.

8º Momento: Construção do Material Manipulável – Carga horária 2 aulas.

Materiais necessários para a realização da proposta: Papel cartão ou cartolina, régua, tesoura, fita adesiva ou cola de silicone, caneta ou lápis, areia, cópia com ilustrações dos objetos que serão construídos.

Realização: Os grupos organizados no início da atividade serão orientados a construir os prismas regulares constantes no problema (base quadrada, triangular e hexagonal), com o intuito de verificarem ou validarem a partir do material manipulável a solução encontrada. Sugestão: areia para verificar, entre os prismas investigados, aquele que possui maior volume.

Construção: Representações de primas regulares, utilizando um papel cartão (11cm de largura e 24cm de comprimento).⁵

9º Momento - Carga horária: 2 aulas Proposição de novos problemas envolvendo o conteúdo investigado. Sugestão: Problemas constantes no livro didático adotado pela escola e os novos problemas como os apresentados no Quadro 3 a seguir.

Quadro 3 – Proposição de novos problemas

<p>Atividade: Considerando os dados fornecidos no problema gerador, pede-se:</p> <ol style="list-style-type: none">1) Supondo que o apicultor decidiu construir prismas de base triangular, qual a área da base, e qual a capacidade de armazenamento desses prismas?2) Se o apicultor escolhesse construir prismas de base quadrada com capacidade volumétrica de $0,396 m^3$, qual a área da base desses prismas?3) Levando em consideração as soluções encontradas nas questões anteriores, justifique a escolha do apicultor pelo prisma de base hexagonal para o armazenamento do mel produzido em sua fazenda.4) O que se pode concluir sobre a relação existente entre a área da base e o volume do prisma regular?

Fonte: Os autores (2022).

Apresenta-se a seguir a solução pretendida para o problema-gerador.

Solução pretendida:

Os estudantes buscarão estratégias para a resolução do problema, através de conhecimentos que já possui e de pesquisas feitas em grupo. Nas pesquisas, possivelmente, os estudantes encontrarão que os prismas que podem ser usados para a construção dos alvéolos são os prismas de base triangular, de base quadrada e de base hexagonal, devido ao fato de que os lados desses prismas se encaixam perfeitamente.

⁵ A construção de prismas pode ser feita seguindo o modelo presente no seguinte vídeo: [Construção de prismas de base triangular, quadrada e hexagonal - YouTube](#). Acesso em: 21 de abr. de 2022.

Isso proporciona para as abelhas uma otimização de espaço e material para a construção dos alvéolos.

A partir daí, os estudantes precisarão decidir qual, dentre os formatos, é o ideal para a construção dos alvéolos. Com base nas investigações, concluirão ao final que o melhor prisma é o de base hexagonal, pois com uma mesma quantidade de material, elas podem construir os três tipos de prismas, mas aquele que possui maior área da base possui a maior capacidade volumétrica, logo, o prisma ideal é o de base hexagonal. Dessa forma, o apicultor deve construir os recipientes no formato de prisma hexagonal. Inicialmente, observa-se que a base hexagonal será formada por hexágono cuja medida dos lados é de 40cm . Daí, é possível calcular a área da base do hexágono da seguinte forma:

$$A = \frac{3 * L^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{3 * 40^2 \sqrt{3}}{2} = 4.080\text{cm}^2$$

Usando o fator de conversão de cm^2 para m^2 como sendo 10^{-4} , teremos que $A = 0,408\text{m}^2$.

O volume de prismas pode ser calculado multiplicando a área da base por sua altura, portanto, teremos:

$$V = Ab * h = 4.080 * 110 = 448.800\text{cm}^3$$

Usando o fator de conversão de cm^3 para m^3 como sendo 10^{-6} , teremos que $V = 0,4488\text{m}^3$.

3.2 SUGESTÃO DE INTERVENÇÃO

Como foi visto, as abelhas desenvolvem um importante papel para que haja equilíbrio no ecossistema, uma vez que na busca por alimento, estes insetos polinizam plantações de frutas, legumes e grãos. No entanto, apesar de serem de fundamental importância para a vida na Terra, as abelhas estão ameaçadas de extinção, o que, se vier a ocorrer, afetará de forma negativa a Humanidade e o ecossistema do Planeta. Dessa forma, é importante desenvolver nos estudantes uma consciência voltada para a preservação das abelhas.

Nesse sentido, sugerimos a realização de uma intervenção na escola, que pode ser realizada juntamente com a disciplina de Biologia. Nessa intervenção, os estudantes são convidados a construir caixas racionais para o cultivo de abelhas sem ferrão em

algum ambiente apropriado na escola. Os materiais necessários para a construção das caixas racionais são madeira, prego e martelo.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve como objetivo apresentar uma proposta que tem como tema a geometria instintiva das abelhas, apoiada na Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas, com o intuito de desenvolver com os estudantes o conteúdo volume de prismas regulares, utilizando como contextualização a Geometria Instintiva das Abelhas, no que diz respeito a construção de alvéolos. Além disso, essa proposta visa conscientizar os estudantes sobre o importante papel desempenhado pelas abelhas no processo de polinização no planeta.

Com a utilização da Metodologia de Resolução de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, espera-se que os estudantes tenham um maior desempenho na realização das atividades e uma maior compreensão do conteúdo abordado, uma vez que a metodologia proporciona protagonismo ao estudante e utiliza de situações cotidianas como contextualização, o que desperta o interesse dos estudantes, além de permitir que utilizem conhecimentos que já possuem.

Como perspectiva de continuidade, pretende-se, em breve, desenvolver esta proposta com estudantes do 3º ano do Ensino Médio, para introduzir o conteúdo de geometria espacial. E, posteriormente, analisar e publicar os resultados da investigação, na busca por contribuir de alguma forma para o ensino de Matemática, especificamente no que tange ao conteúdo de geometria.

REFERÊNCIAS

ANGELO, M. S.; SANTOS, M. F. M.; BARBOSA, R. S. J. **O ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA**. Anais Educon 2020, São Cristóvão/SE, v. 14, n. 14, p. 1-12, set. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

FERREIRA, Aurélio B. de H. **Novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 2.ed. Curitiba: Nova Fronteira, 1999, p.983.

GEHRKE, T. T. **Trilhos matemáticos como contexto para o ensino e a aprendizagem de geometria espacial com estudantes do terceiro ano do ensino médio**. 2017. 117f. Dissertação

(Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e de Matemática) - Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Santa Maria – RS.

NACARATO, Adair Mendes. **Eu Trabalho primeiro no concreto**. Revista de Educação Matemática. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Ano 9, n.9-10, (2004-2005), p.1-6.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que ATRAVÉS da Resolução de Problemas?** In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org.). Resolução de problemas: teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.