

AULAS COREOGRAFADAS DE CÁLCULO: O CASO DAS DERIVADAS EM UM CURSO DO PROGRAMA MENTORES OBMEP

Tarcis Teles Xavier da Silva¹

RESUMO

O presente artigo faz um recorte de uma pesquisa-ação que utiliza o construto teórico das Coreografias Didáticas (CD), pelo qual o professor antecipa as ações iniciais dos educandos, e o discente será considerado como um ser ativo e consciente da sua aprendizagem. Objetivando assim, investigar o potencial de ensino e aprendizagem de um *design* de coreografias em um curso de cálculo do Programa Mentores - OBMEP, analisando a articulação de duas plataformas digitais: o GeoGebra e o SageMath, por se apresentarem como recursos que permitem um bom tratamento numérico e geométrico do cálculo. O cenário proposto foi desenhado com a utilização de uma sequência de cinco estratégias didáticas, com a participação de três alunos e três professores mentores de maneira remota. Ao final da coreografia, percebeu-se que a metodologia contribui para o ensino de derivadas pois permite ao aluno compreender, além do conceito, o seu processo de desenvolvimento. A utilização dos dois *softwares* matemáticos nas estratégias contribuiu de forma inovadora na articulação entre representações do conceito derivada como uma taxa de variação, além de fornecer justificativas suficientes para que os alunos compreendessem a definição de derivada por meio de limites.

Palavras-chave: aprendizagem; cálculo diferencial; coreografia didática; inovação pedagógica. programa mentores obmep.

1 INTRODUÇÃO

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I tem um elevado índice de reprovação e, especificamente, na temática Derivadas os alunos costumemente apresentam algumas frequentes dificuldades na compreensão dos conceitos (MORELATTI, 2001). Algumas pesquisas elencam que essas dificuldades se originam pelo excesso de um formalismo ineficiente na educação básica (GERETI, 2018), onde é exigido do aluno o uso e aplicação de fórmulas e algoritmos que condicionam a

¹ Universidade Federal de Pernambuco. tarcis.teles@ufpe.br

reprodução, e ainda se limitam a algumas classes de situações específicas (VERGNAUD, 2013).

Tais pesquisas nos provocam a formular algumas hipóteses: ou o professor de Cálculo planeja sua aula baseada em cortes epistemológicos dos conhecimentos, sem desenvolver o conceito na sua multiplicidade de situações, o que incentiva a absorção apenas de uma técnica limitada, ou há uma desassociação do ensinar e do aprender.

Assim, um planejamento prévio bem articulado, envolvendo estratégias de ensino e aprendizagem para o estudo da temática *Derivadas*, se torna o foco desta pesquisa, em que o aluno tenha possibilidade de construção do conhecimento, com compreensão dos conceitos, de forma que consiga aplicá-los na resolução de problemas, por não priorizar a memorização de fórmulas e algoritmos para resolução das atividades, mas entender o porquê desses algoritmos possuir aplicabilidade.

Verdadeiramente, “a maneira como apresentamos o conteúdo e as tarefas aos nossos alunos acaba afetando sua maneira de aprender” (ZABALZA, 2011, p. 83). Isso se amplia em ambientes on-line de aprendizagem, onde os recursos e as interações são diferentes da maneira convencional. Para a criação do arranjo de aula ser bem estruturado, utilizamos em forma de pesquisa-ação, o construto teórico das Coreografias Didáticas (OSER; BAERISWYL, 2001), onde o processo de aprendizagem é aliado à relação entre o que é visível e o que é estrutura profunda, propondo a articulação intencional da atividade interna dos educandos e do ensino estruturado (ZABALZA, 2005).

Para que o professor planeje a sua coreografia, o cenário precisa ser devidamente organizado: será físico ou virtual, usos dos recursos, definição de papéis para cada personagem, e principalmente, escolher as melhores estratégias didáticas do arranjo.

Portanto, esta pesquisa propõe olhar para a aprendizagem de derivadas dentro de um curso de cálculo do Programa Mentores da OBMEP² (ProMO), ao utilizar os recursos disponíveis aos professores mentores e aos mentorados. Elegemos o GeoGebra e o SageMath como principais recursos tecnológicos no tratamento dos conceitos, pois se apresentam ambos em plataformas gratuitas que possibilitam trabalhar o conceito em

² O Programa Mentores foi criado buscando oferecer aos alunos medalhistas da OBMEP (que estão no terceiro ano do ensino médio ou primeiro ano da graduação) a oportunidade de estudar assuntos avançados em diversas áreas, mediante o oferecimento de cursos ministrados sobre tópicos específicos que envolvam direta ou indiretamente Matemática.

suas várias representações: O GeoGebra permitindo um trabalho dinâmico, interativo e de visualização geométrica e o SageMath no entendimento analítico e algébrico.

Nesse horizonte didático de variáveis, surge o problema: Como desenvolver uma Coreografia Didática (CD), com a temática Derivadas, para identificar as dificuldades e ampliar a compreensão dos conceitos e a aplicação dos mesmos em situações problemas? De que maneira os ambientes virtuais dos artefatos GeoGebra e SageMath mediam essas situações matemáticas? Então, o objetivo geral do trabalho é investigar o potencial de ensino e aprendizagem de um design de coreografias didáticas on-line de Cálculo Diferencial e Integral I em um curso do Programa Mentores - OBMEP, analisando a articulação de dois ambientes digitais: o GeoGebra e o SageMath.

2 O ENSINO OPERACIONALIZADO DE CÁLCULO

Há paradigmas educacionais que se repetem no ensino da matemática: a aprendizagem por meio de algoritmos em cálculo diferencial e integral, embora seja necessária para os aspectos de manipulação algébrica, torna-se insuficiente para compreensão de suas outras representações, ao enfrentar diversas situações problemas de maneira engessada, mecanicista e limitada a uma classe de situação específica que apenas o algoritmo dá conta, despertado pela triangulação clássica de sua experiência: “copie, decore e repita” (LIMA e SANTOS, 2015).

Para superar a forma tradicional de ensinar, Zabala (1998) ressalta que a educação não pode se limitar a conteúdos entendidos como um conjunto de informações sistematizadas de disciplina específica. É necessário que os conteúdos desenvolvam capacidades motoras, cognitivas, sociais, afetivas e éticas, no aluno. Ao aliar essa filosofia ao ensino de cálculo, que se prende tradicionalmente no aspecto cognitivo, encontramos um arcabouço teórico que objetiva superar as dificuldades desse ensino tecnicista, pois como afirma Zabala (1998), “[...] tudo quanto fazemos em aula, por menor que seja, incide em maior ou menor grau, na formação dos nossos alunos” (ZABALA, 1998, p. 29), que ultrapassa o ensinar por meio de transmissão de conhecimentos.

No processo de expandir os conceitos para além do aspecto cognitivo, Zabala (1998) enumera quatro categorias de conteúdo: os factuais (que referenciam os fatos/acontecimentos históricos), os conceituais (conceitos e princípios), os

procedimentais (incluem as técnicas e procedimentos) e os atitudinais (relacionam valores, atitudes e normas).

Elaborar um planejamento didático de cálculo, que supere os entraves de altas reprovações, e da operacionalização da aprendizagem por algoritmos, não é uma tarefa fácil, por isso recorrer às categorias conceituais de Zabala (1998) nos fornece os elementos inovadores necessários.

3 TECNOLOGIAS NO ENSINO DE CÁLCULO: EXPLORANDO O GEOGEBRA E O SAGEMATH

Para aulas que pretendem aliar a criação de cenários alternativos de ensino e aprendizagem, com tecnologias (digitais), têm-se encontrado nas Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) um potencial a ser explorado. No entanto, é preciso antes compreender que essa atitude implica em refletir nas dificuldades de aprendizagem a partir de cada contexto, visto que as salas de aula são múltiplas, e suas necessidades não são superadas por estratégias didáticas genéricas. Após conhecer os contextos, o professor antecipadamente precisa: conhecer o(s) melhores problema(s) a vivenciar, determinar objetivos de aprendizagem e os objetivos avaliação, bem como detalhar as etapas (estratégias) para cada aula.

Criado inicialmente como software para plotar gráficos, o GeoGebra se tornou um recurso multiplataforma com funcionalidades numerosas para sala de aula de matemática. Em seu site³ encontramos um banco de compartilhamento de materiais didáticos, criado por professores do Brasil e de todo o mundo, que desenvolvem atividades, livros, jogos e materiais audiovisuais, que podem ser reproduzidas/adaptadas por qualquer professor. A versão on-line possui todas as funcionalidades sem necessidade de instalação, no entanto ele também se encontra disponível para dispositivos móveis (Android e IOS) e computadores no geral, que possibilita trabalhar em inúmeras áreas da matemática por ser dinâmico, gratuito e de fácil acesso. A Figura 1 mostra alguns exemplos de materiais públicos sobre o conceito de Cálculo Diferencial, no site.

³ <https://www.geogebra.org>

Figura 1 – Materiais públicos do GeoGebra sobre derivadas

Fonte: <https://www.geogebra.org/t/differential-calculus>

O SageMath é um software matemático gratuito que se baseia em pacotes de código aberto podendo ser acessados por meio de uma linguagem comum baseada em Python, com utilização facilitada por meio de programas on-line, sem necessidade de instalação (a exemplo o CoCalc⁴). Ele se torna útil pois também possui um banco de dados compartilhado com professores de matemática em nível mundial, e pode ser usado para explorar e experimentar construções matemáticas em álgebra, geometria, teoria de números, cálculo, computação numérica, etc.

Além disso, há espaço para que toda a comunidade de professores e matemáticos se comprometam a tirar dúvidas, produzir materiais em colaboração, o que torna mais fácil a experimentação com objetos matemáticos de forma interativa nas aulas de matemática.

Figura 2 – Ambiente colaborativo do SageMath sobre Cálculo Diferencial

Project: CoCalc Community

Meeting place for CoCalc users to share questions and techniques

Collaborators

William A. Stein, Sean Raleigh, Stephen Graves, Harald Schilly, Craig Larson, John Jemp, Daniel Soto, Laura Gross, Jayadev Athreya, Jeff Dinny, Mark Auden, Prof Brady, Aaron Tresham, Tim Clemens SMC, John Perry

Name	Size	Last Modified
01 - Intro to Sage Assignment/	13 items	28/06/2017 16:17:33
02 - Graphing and Solving Equations Assignment/	15 items	26/06/2017 15:59:59
03 - Limits Assignment/	9 items	09/06/2017 15:49:49
04 - Tangent Lines Assignment/	9 items	24/01/2018 16:48:39
05 - Differentiation Assignment/	10 items	13/02/2018 19:58:24
06 - Linear and Quadratic Approximation Assignment/	9 items	09/06/2017 16:31:55
07 - Implicit Differentiation Assignment/	9 items	09/06/2017 16:53:17

Fonte: <https://cocalc.com/share/projects/adf81f50-0737-4bf8-81f5-fead87d5b52e>

⁴ O site <https://cocalc.com/>, disponibiliza a versão on-line do SageMath.

A Figura 2 acima, mostra alguns exemplos de materiais públicos sobre o conceito de Cálculo Diferencial, na Comunidade CoCalc.

4 COREOGRAFIA DIDÁTICA: UM MODELO INOVADOR PARA APRENDIZAGEM

Com foco na aprendizagem, a metáfora por trás desse constructo teórico se inicia no livro de Oser e Baeriswyl (2001), intitulado: “Choreographies of teaching: bridging instruction to learning”, onde os autores comparam a sala de aula com o mundo da dança, em que o professor é o coreógrafo que conduz as performances e os dançarinos são estudantes. Nessa perspectiva, alguns autores afirmam que os objetivos de aprendizagem podem se alterar no meio do caminho, considerando que “a performance de um bailarino nunca é independente da coreografia em que se produz a atuação dele” (PADILHA; ZABALZA; SOUZA, 2017, p. 117), construindo o que Zabalza (2005) chama de Coreografias Didáticas (CD).

Oser e Baeriswyl (2001) dissertam acerca de uma existência visível, que são os recursos, preparações e estratégias para o desenvolvimento de atividades concretas para os estudantes, e uma estrutura profunda, cujo o foco é na criação de condições para firmar o processo de aprendizagem em si ou nas operações mentais. A esse respeito, Padilha (2019) afirma que

ao relacionar os processos internos dos alunos (estrutura não visível) às ações intencionais de promoção de aprendizagens que os professores organizam e põem em prática (estrutura visível), esses dois processos podem ser mais eficientes, pois tornam-se mais claras a interdependência e articulação entre eles, promovendo aprendizagens mais profundas e significativas (PADILHA, 2019, p. 52).

Para descrever analiticamente os processos de construção de uma CD, Silva (2021) organiza quatro elementos principais nas literaturas, que precisam ser pensados para qualquer coreografia: **(1) Antecipação:** Se relaciona a antecipar as aprendizagens, e está conectada a teorias psicológicas de aprendizagem (OSER; BAERISWYL, 2001); é necessário pensar em como os recursos podem ser utilizados para potencializar a aprendizagem. **(2) Colocação em cena:** Descrição de estratégias que serão utilizadas dando significado a essas ações (PADILHA, 2019), sejam elas implícitas ou não. **(3) Modelos base:** Centrado no estudante, é necessário compreender e reformular a tarefa do problema; desenvolver estratégias e levantar hipóteses; testar hipóteses (por tentativa

e erro); avaliar e aplicar as soluções encontradas) e relacionar a solução a uma compreensão mais ampla da aprendizagem; **(4) Produto:** Relacionar o domínio do conhecimento e da prática de habilidades.

Esses elementos estão imbricados entre si e, ao serem considerados, permitem ao professor ter clareza para propor situações que conduzam o aluno à aprendizagem.

5 METODOLOGIA

Com caráter qualitativo a proposta de experimentação ocorreu em um curso do Programa Mentores OBMEP, intitulado como “Uma introdução ao cálculo diferencial e integral com o GeoGebra e SageMath”. O curso possuía três módulos: limites, derivadas e integrais, no entanto esse trabalho foi um recorte de situações do segundo módulo, que foca no conceito de derivadas. A pesquisa se estruturou em três momentos: No primeiro, o planejamento da coreografia didática; no segundo momento, a realização das estratégias definidas nos conceitos de derivadas; e por fim, análise dos dados identificados.

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram as gravações das aulas feitas pelo Google Meet (capturando o áudio, vídeo e chat), bem como os registros dos estudantes das tarefas nos aplicativos e com compartilhamento dos materiais na plataforma AVA do Programa Mentores. Elegemos a pesquisa-ação para enxergar os dados, por permitir uma “explicação da práxis dos grupos sociais por eles mesmos, com ou sem especialistas em ciências humanas e sociais práticas, com o fito de melhorar sua práxis (BARBIER, 2002). Ou seja, com o intuito de transformar a conduta no uso dos professores e dos estudantes em ações transformadoras.

Faziam parte da turma 34 estudantes (espalhados pelas cinco regiões brasileiras) e três professores mentores (dois mestrandos e um professor doutor, todos de universidades públicas de Pernambuco), no entanto, essa pesquisa foca nos que permitiram a utilização dos dados espontaneamente, assinando o termo de consentimento livre esclarecido: três professores mentores: Mentor A (autor da pesquisa), Mentor B e Mentor C; além de três mentorados: Estudante 1, Estudante 2 e Estudante 3 (estudantes medalhistas OBMEP, finalizando o terceiro ano do ensino médio).

Cada mentor teve o papel de pensar na construção da coreografia, para que na colocação em cena, ganhasse o papel de instigar os estudantes a uma situação e instruir em como utilizar os recursos escolhidos. Atribuímos à coreografia o objetivo de refletir sobre o conceito e aplicações de Derivadas com o apoio de ferramentas digitais. Quanto à antecipação elaborada na primeira etapa da coreografia, organizamos no Quadro 1 uma descrição detalhada:

Quadro 1 – Antecipações das coreografias

ANTECIPAÇÃO - os alunos irão mobilizar as seguintes aprendizagens:	
Cognitivas	Conhecer derivadas por meio da história da matemática; Entender que a derivada de uma função em um ponto representa a inclinação da tangente à função neste ponto; Calcular as derivadas de funções polinomiais utilizando a definição de uma derivada em termos de um limite; Identificar as notações derivadas; Compreender a definição de derivada como função; Enxergar a derivada como uma taxa de variação; Conhecer as regras de derivações nas distintas famílias de funções.
Comportamentais/ Procedimentais	Preparar-se antecipadamente com os recursos para os encontros; Pesquisar, ler e organizar o pensamento para as atividades a serem realizadas;
Afetivas Emocionais	Sensibilizar-se com a proposta metodológica experienciada; Relacionar-se com os colegas; Colaborar para a aprendizagem uns dos outros.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Quanto à descrição dos conteúdos elaborados na coreografia, organizamos no Quadro 2 abaixo:

Quadro 2 – Conteúdos

Conteúdos	
Factuais	Descrição histórica do problema da tangente.
Conceituais	Notações de derivadas Derivada como inclinação da reta tangente; Derivada definida em termos de limites; Derivada como função; Taxa de variação; Regras de derivação;
Procedimentais	Preparação antecipada dos recursos para o encontro; Pesquisa, leitura e organização do pensamento para as atividades a serem realizadas;

Atitudinais	Relação com o outro; Humanização do cálculo.
--------------------	---

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Os conteúdos matemáticos relacionados aos problemas a serem desenvolvidos sempre possuem ambientação histórica, passíveis de integração aos métodos de ensino. Por essa razão, optamos por iniciar a coreografia, em termos do conteúdo, entendendo historicamente como o conceito foi sendo construído por Leibniz e Newton, até chegarmos nas aplicações modernas do cálculo. Esses conceitos factuais atribuem uma perspectiva mais humanizada da matemática, uma vez revelado o contexto que levou às formalizações, as pressões e disputas históricas por trás de cada convenção matemática, e os múltiplos usos dessa matemática no mundo moderno. Quanto à colocação em cena da coreografia, organizamos o Quadro 3 abaixo:

Quadro 3 – Colocação em cena

Colocação em cena: Estratégias			
Estratégia	Descrição da estratégia e modelos base utilizados	Cenários	Textos, links, vídeos, áudio, equipamentos, referentes à cada estratégia
Estratégia 1 (Mentor A)	Divulgar o planejamento da aula, as estratégias e materiais para que os alunos se preparem antecipadamente quanto ao recurso GeoGebra e SageMath.	Ambiente virtual do Programa Mentores (Assíncrono) (Uma semana antes do encontro 1)	https://mentores.obmep.org.br/
Estratégia 2 (Mentor A)	Compartilhamento de vídeo sobre o contexto histórico do cálculo diferencial, intitulado “A história do Cálculo Diferencial Uma Não Tão Breve História do Espaço”, do canal Imperativo Matemático.	Vídeo do youtube (Assíncrono) (Três dias antes do encontro 1)	https://www.youtube.com/watch?v=lFXt4pNsu00&t=969s
Estratégia 3 (Mentor A)	Apresentação do recurso GeoGebra por meio de uma oficina on-line via Google Meet; instrumentalizar ferramentas da plataforma GeoGebra; Apresentação do problema da tangente e da definição de derivadas por limites. Enfrentamento de uma situação problema coletiva para ser resolvida com o apoio do GeoGebra.	GeoGebra on-line + ficha com a situação. (1º encontro síncrono)	geogebra.org + https://drive.google.com/file/d/1ZiECQjSDRAjWeje7vqaEsWEtYNH3F61I/view?usp=sharing

Estratégia 4 (Mentor B)	Apresentação do recurso do SageMath por meio de uma oficina on-line via Google Meet; instrumentalizar ferramentas da plataforma CoCalc; Apresentação das notações de derivadas; das definições de taxa de variação e de derivadas como função. Enfrentamento de uma situação problema coletiva para ser resolvida com o apoio do SageMath.	SageMath on-line + ficha com a situação (2º encontro síncrono)	cocalc.com + https://drive.google.com/file/d/1sJ2Z-iYLXIQsXy4kvaiWZq8lfxe1-Q/view?usp=sharing
Estratégia 5 (Mentor C)	Institucionalizar o conceito de derivadas formalmente, apresentando as regras de derivação.	Livro-texto público da UFPEL em PDF (3º encontro síncrono)	https://wp.ufpel.edu.br/projetogama/files/2020/08/Aulas_Derivadas_2020_1.pdf

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

O período entre as estratégias síncronas foi de uma semana, em que cada encontro durou em média quatro horas de duração. Quanto aos elementos da avaliação, organizamos o Quadro 4 abaixo:

Quadro 3 – Avaliação antecipada

Avaliação			
Objetivo de aprendizagem antecipado	Instrumentos	Crítérios	Produto(s)
Compreender as derivadas como taxa de variação; Calcular as derivadas de funções polinomiais utilizando a definição de uma derivada em termos de um limite; Usar os aplicativos matemáticos para resolução das situações.	Sistematizações; Construções nos softwares; Materiais digitalizados	Participar das atividades assíncronas. Debateu com os colegas. Produziu material que sistematiza o produto da pesquisa.	Materiais produzidos no GeoGebra e no SageMath.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Todas as estratégias passaram por uma análise na pré-execução, para antecipar as principais dificuldades conceituais e procedimentais dos alunos. Ao final da coreografia, o produto esperado foi compartilhado com o programa, e futuramente divulgado em forma de *e-book*, uma vez que seriam materiais inéditos e riquíssimos.

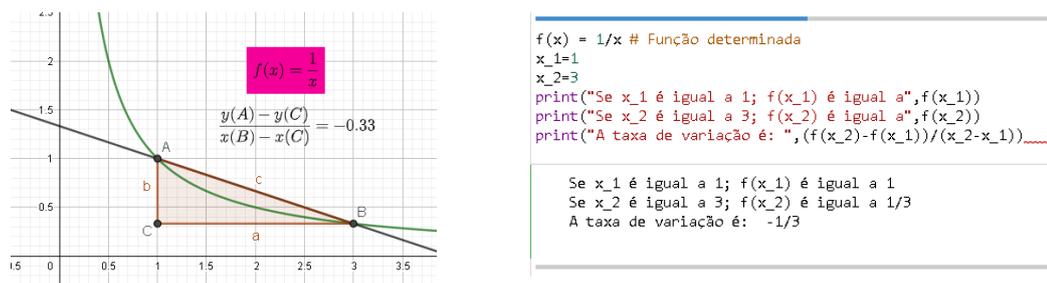
6 DISCUSSÃO DOS DADOS

Essa análise permitiu apresentar o que este aporte teórico trouxe de benefícios na colocação em cena, além de evocar possíveis modificações para fazer repensar novas estratégias e antecipações, permitindo espaço para estudos posteriores. Para esse fim, fizemos descrições a partir das ações e acontecimentos.

A divulgação do planejamento para os estudantes foi uma estratégia essencial, uma vez que, mesmo todos os estudantes conhecendo razoavelmente o GeoGebra, no entanto, nenhum mentorado conhecia o SageMath. A divulgação ocorreu no período de uma semana antes à aula síncrona, o que possibilitou aos mentorados visitar a plataforma cocalc e intuitivamente entender algumas de suas funcionalidades e aplicações. A respeito de compartilhar ações pedagógicas ao aluno, dos Santos, Costa e Dal (2021) concluem que isso resulta na promoção da construção do conhecimento do aluno engajado.

No caso da segunda estratégia, o vídeo possibilitou iniciar a primeira aula síncrona com uma discussão crítica sobre como haviam discordâncias do “nascimento do cálculo”, se por Newton, ou se por Leibniz. Fazendo-os pesquisarem sobre as primeiras obras publicadas e sobre as notações adotadas pela comunidade de matemáticos até hoje. Os estudantes já iniciaram também, conhecendo o problema que deu origem ao cálculo diferencial: o problema da tangente.

Os três estudantes possuíam um bom domínio do conceito de funções, no entanto, ainda estavam no terceiro ano do ensino médio. Por essa razão, a antecipação de realizar duas oficinas para tratamentos dos principais objetos matemáticos que estão envolvidos no cálculo, foi uma boa configuração didática. Percebemos algumas dificuldades nas oficinas, principalmente na conceituação de derivada como taxa de variação. No entanto, as possibilidades com a ferramenta geométrica do GeoGebra e as manipulações numéricas do SageMath, foram recursos que permitiram formalizar tais conceitos (ver Figura 3).

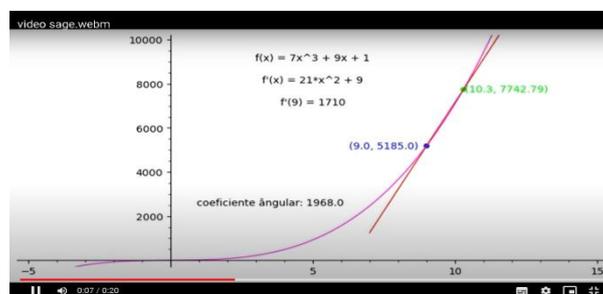
Figura 3 – Recortes das telas do Estudante 1 e Estudante 3 respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Quanto às três situações enfrentadas, percebemos uma evolução tanto no uso dos softwares, quanto na compreensão dos conceitos.

Na estratégia três, o mentor A apresenta uma situação em que os alunos podem manipular a coordenada x de um ponto P pertencente a uma função, de modo ver a reta secante à função se transformar em uma reta tangente. Essa possibilidade dinâmica, revela muita utilidade quando é solicitado a taxa de variação em certos intervalos, ou para verificar quais valores de x , dados $f'(x) = a$. Algumas dificuldades observadas nessa estratégia foram a relação do sinal da função atrelada às derivadas aplicadas nos pontos.

A estratégia quatro demandou um pouco mais de cuidado, uma vez que o SageMath era mais desconhecido. No entanto, a atividade de criação de um vídeo usando conhecimentos de derivadas e conhecimentos de programação, instigou a criações bem elaboradas. Podemos evidenciar essas conclusões nas soluções de tais problemas (ver Figura 4).

Figura 4 – Recortes do Estudante 2, na estratégia 4: criação de *timelapse* com o problema da tangente

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A estratégia cinco, pedia rigor matemático, no entanto, os alunos já haviam compreendido a derivada como taxa de variação. Quando havia incompreensão de algum aspecto das demonstrações, o Mentor C recorria aos materiais já construídos nas estratégias anteriores, usando o GeoGebra e o SageMath.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo da coreografia, percebeu-se que para compreensão de derivadas de maneira formal, perpassar por várias representações (geométricas e numéricas) foi fundamental. Nesse processo, o GeoGebra e o SageMath se tornaram ferramentas únicas para tratar dessas conversões, além de instigar a desenvolver estratégias para superar os desafios postos em aula.

Ao final da execução de cada estratégia fica evidenciado como a CD contribuiu para preparação dos mentores aos questionamentos e dúvidas dos estudantes, principalmente a nível procedimental. Os mentores tiveram a capacidade de antecipar quais modelos base de aprendizagem (PADILHA, 2019) o aluno utilizou para atingir os objetivos traçados.

Por fim, investigar o potencial de ensino e aprendizagem do nosso *design* de coreografias, aliadas ao ensino por meio de *softwares* matemáticos nos põe algumas considerações: o aluno é incentivado a abandonar o comportamento passivo; surgem múltiplas possibilidades para propostas de colaboração; e, o ensino de conteúdos densos (como os de derivadas) podem ser bem explorados em suas múltiplas representações, tanto no ensino superior, quanto para estudantes do ensino médio, como foi o nosso caso.

REFERÊNCIAS

BAERISWYL, F. J. **Keynote address. New Choreographies of Teaching in Higher Education.** V Congresso Iberoamericano de Docencia Universitaria. Valencia, 29 October 2008.

BARBIER, René. **A pesquisa-ação.** Trad. Lucie Didio. Brasília: Liber Livro, 2002.

CIBOTTO, R. A. G.; OLIVEIRA, R. M. M. A. **TPACK–Conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo: uma revisão teórica.** *Imagens da Educação*, v. 7, n. 2, p. 11-23, 2017.

GERETI, Laís Cristina Viel. **Delineando uma pesquisa: legitimidades para a disciplina de Cálculo na formação do professor de matemática**. 164f. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

LIMA, Melina; SANTOS, José. **A teoria dos campos conceituais e o ensino de cálculo**. 1 ed. Curitiba, Appris, 2015.

MORELATTI, M. R. M. **Criando um ambiente construcionista de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral**. 1. (260 f.) Tese de Doutorado. PUC/SP, São Paulo, Brasil, 2001.

OSER, F. K.; BAERISWYL, F. J. **Choreographies of teaching: bridging instruction to learning**”, in RICHARDSON, Virginia (org). Handbook of research on teaching. 4. ed. Washington: American Educational Research Association (AREA), p. 1031 – 1065, 2001.

PADILHA, M. A. S.; ZABALZA, M. A.; SOUZA, C. V. **Coreografias didáticas e cenários inovadores na educação superior**. Revista Docência e Cibercultura, v. 1, n. 1, p. 115-134, 2017.

PADILHA, M. A. S. **Coreografias Didáticas: um modelo didático inovador. In: Inovações pedagógicas e coreografias didáticas : das tecnologias e metodologias às práticas efetivas / Querte Teresinha Conzi Mehlecke / Maria Auxiliadora Soares Padilha [Organizadoras]. São Paulo: Editora Cajuína, p. 49 - 56, 2019.**

TELES, Tarcis. **Aprendizagem no ensino remoto: a gênese instrumental de licenciandos com o GeoGebra em dispositivos móveis**. Orientadora: Verônica Gitirana. 2022. 76 f. Monografia (Trabalho de conclusão do curso Licenciatura em Matemática) - UFPE, Campus Agreste, Caruaru - PE, 2021.

VERGNAUD, G. **Qu'est-ce que la pensée? La nouvelle revue de l'adaptation et de l'ascolarisation**, INSHEA, n. 3, p. 277–299, 2013.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. / Antoni Zabala; tradução Ernani F. da F. Rosa - Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZABALZA, M. **Didáctica universitaria**. Conferencia pronunciada en la Pontificia Universidad Javeriana de Cali, el 9 de febrero de 2005.

ZABALZA, M. A. **Metodología docente**. 2011.